Exponentielles

Loi des exposants

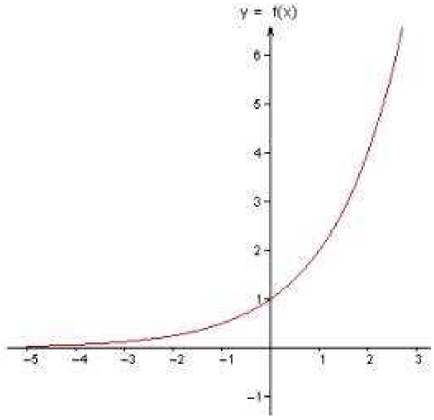
1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Fonction de base

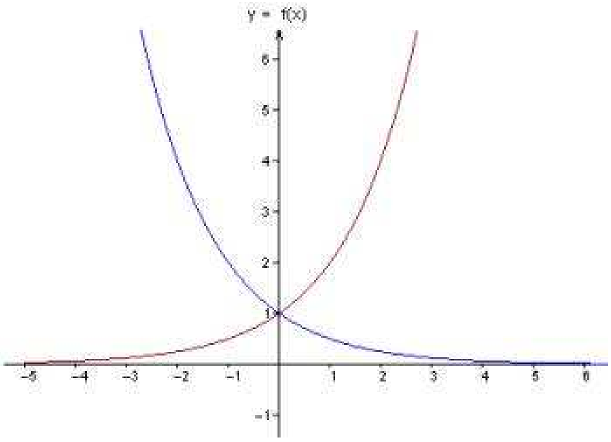
$\forall$ $c>0$ et $c \neq 1$, la règle est $f(x) = a(c)^x$

Où a est la valeur initiale, c est appelé la base et x est appelé l'exposant. La courbe passera toujours au point (0, a) et l'asymptote sera égale à y=0.

Exemple avec $f(x) = 2^x$



De plus, si c>1, la fonction sera croissante (courbe brune). Si 0<c<1, la fonction sera décroissante (courbe bleue).



Fonction transformée

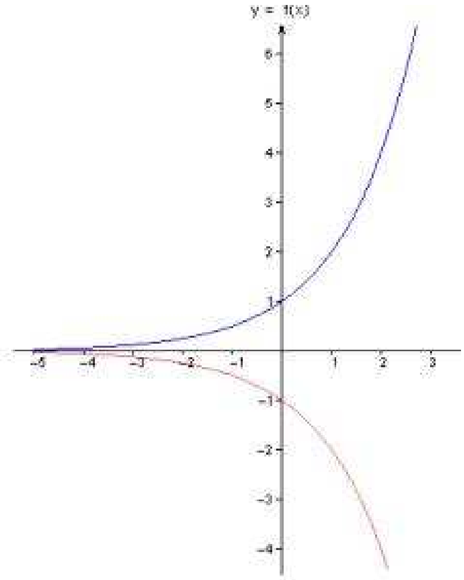
$\forall$ c>0 et c $\neq$ 1, la règle est $f(x) = a(c)^{bx}$

Influence des paramètres

Influence du signe sur le paramètres a

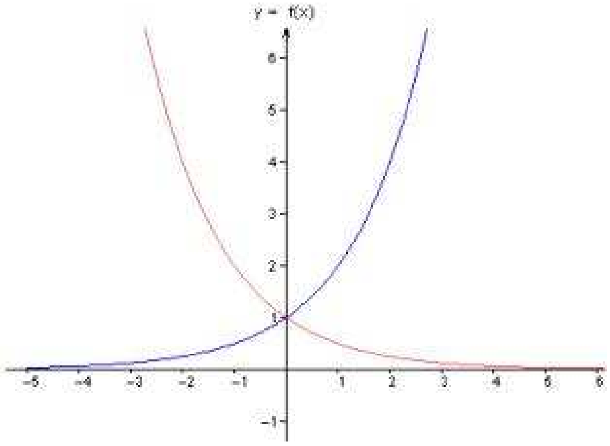
a positif (courbe bleue)

a négatif ==> réflexion par rapport à l'axe des x (courbe rouge)



b positif (courbe bleue)

b négatif ==> réflexion par rapport à l'axe des y (courbe rouge)



Propriétés de la fonction exponentielle

Domaine: R

image: si a<0]–□,0 □

si a>0]0, +□[

Zéro: Il y en a aucun

Extremum: Aucun

Signe: Relatif à l'existence des zéros

Variations: Croissante ou décroissante

Réciproque: C'est une fonction logarithmique

Fonction transformée convertit en fonction de base

On peut ramener une fonction $f(x) = a(c)^{bx}$ à une forme de base en tout temps.

Exemple :

$f(x) = 4(3)^{2x}$

À l'aide de la loi des exposants $(a^m)^n = a^{mn}$

$f(x) = 4(3^2)^x$

$f(x) = 4(9)^x$

Formules pratiques

Lorsque l'on parle d'augmentation ou de diminution en terme de pourcentage, les formules utilisées sont les suivantes:

Si on parle d'un événement qui se produit une fois par année

$f(x) = a(1+i)^x$ où a est la valeur initial, i est le pourcentage, la base (1+i) est l'augmentation et x est le nombre d'année.

$f(x) = a(1- i)^x$ où a est la valeur initial, i est le pourcentage, la base (1- i) est la diminution et x est le nombre d'année.

Commentaire:

Les problèmes peuvent variés ainsi, au lieu d'utiliser les années, on peut utiliser les heures, les jours, les mois.

Exemple 1:

On investit 1000$ à un taux d'intérêt i = 10% par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1+i)^x$. Alors $f(x) = 1000(1,10)^x$

Dans 8 ans, le montant investit aura comme valeur: $f(8) = 1000(1,10)^8 =$ 2143,59$

Exemple 2:

Une population de 14500 habitants en 2005 diminue de i = 3% par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1- i)^x$. Alors $f(x) = 14500(1 - 0,03)^x = 14500(0,97)^x$

Dans 6 ans, la population sera de: $f(6) = 14500(0,97)^6 = 12078,09$ => 12079 habitants

Exponentielle pour le TS

Règle d'une fonction exponentielle

Comment trouver la règle d'une fonction exponentielle.

$f(x) = a(c)^{bx}$

a = Valeur initiale

c = le facteur multiplicatif

b = Le nombre de périodes (ou de répétition) durant l'unité de temps

b = (Unité de temps)/(le temps de la répétition)

Exemple pour le paramètre b :

… double toutes les 15 minutes…

b = 60/15 = 4 (veut dire 4 périodes dans une heure)

… double toutes les 30 minutes…

b = 60/30 = 2 (veut dire 2 périodes dans une heure)

… double toutes les 2 heures…

b = 60/120 = 1/2 (veut dire 1/2 période dans une heure)

Exemple: Au début d'une expérience, il y avait 15 bactéries. Depuis, l'augmentation des bactéries doubles tous les 4 heures.

a= 15

c = 2 (double)

b = 1/4 (une fois tous les 4 heures. Dans 4 heures, le nombre de bactéries aura doublé)

$f(x) = 15 * 2^{\frac{1}{4}x}$

Validation: si x=4 heures, f(4) = $15 * 2^{\frac{4}{4}}$ =15*2 = 30. Donc, dans 4 heures, le nombre de bactéries aura bel et bien doublé.