Opérations sur les vecteurs

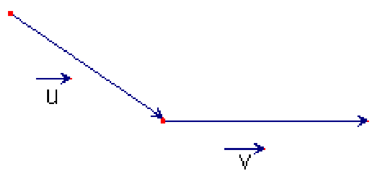
Addition et soustraction de deux vecteurs

L'addition de vecteurs s'appelle **somme ou résultante** et cela représente aussi un vecteur.

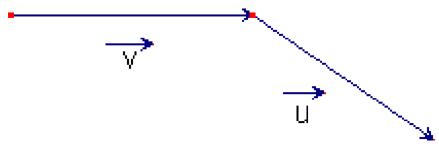
Afin de trouver la somme de deux vecteurs, il existe deux méthodes pour y parvenir.
1° méthode : celle du triangle.

Il suffit de prendre l'extrémité d'un vecteur et le placer à l'origine du deuxième vecteur.

Possibilité 1

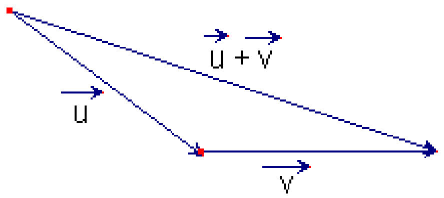


Possibilité 2

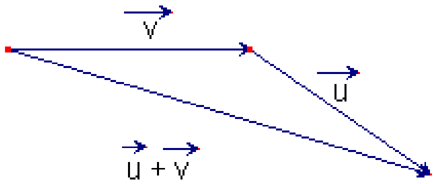


Par la suite, il suffit de réunir l'origine du premier vecteur à l'extrémité du deuxième vecteur.

Possibilité 1

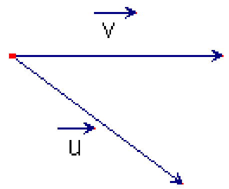


Possibilité 2

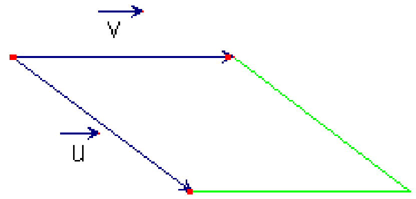


<u>2º méthode : celle du parallélogramme</u>.

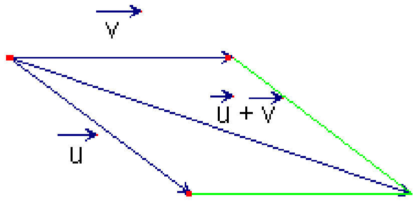
Placer les origines de chacun des vecteurs ensemble



Compléter le parallélogramme



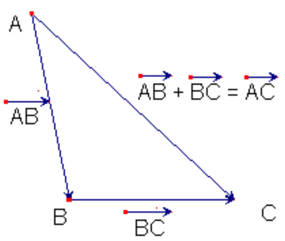
Le vecteur somme est représenté par la flèche qui a comme point de départ l'origine des deux vecteurs initiaux et le sommet opposé du parallélogramme.



<u>Relation de Chasles</u>

Addition de vecteurs

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ car,

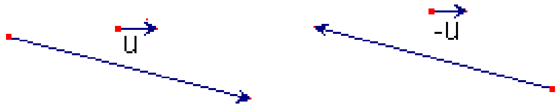


2. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EH}$
3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

4. $\vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH} + \vec{HE} = \vec{EG} + \vec{GH} + \vec{HE} = \vec{EG} + \vec{GE} = \vec{EE} = \vec{0}$ (règle du polygone fermé)

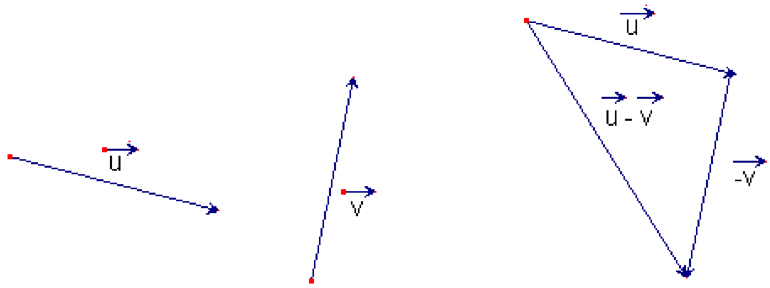
<u>Soustraction de deux vecteurs</u>

Nous savons que si on change le signe d'un vecteur, le sens sera à l'opposé.



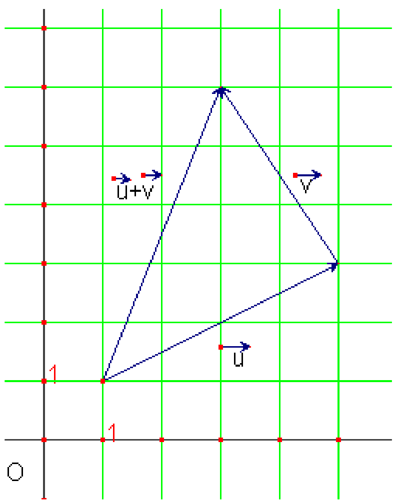
Alors, la soustraction de deux vecteurs se fera de la façon suivante :

Pour $\vec{u} - \vec{v}$, on va prendre l'opposé du vecteur $\vec{v}$.



<u>Dans un plan cartésien</u>

Addition de deux vecteurs

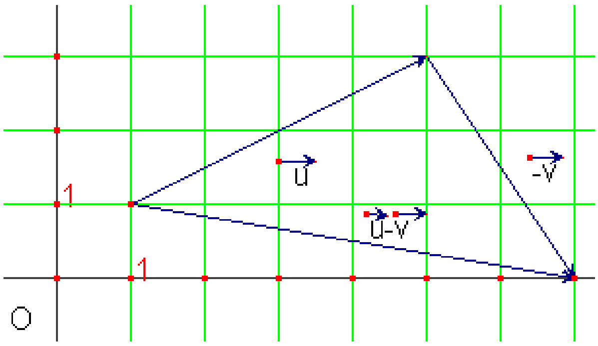


La composante du vecteur $\vec{u}$ est (4, 2)
La composante du vecteur $\vec{v}$ est (-2, 3)
La composante du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ est (2, 5)

Si on additionne les composantes :
$\vec{u} + \vec{v} = (4, 2) + (-2, 3) = (4+-2, 2+3) = (2, 5)$

Soustraction de deux vecteurs

C’est le même principe que pour l’addition.
Si la composante de $\vec{u}$ est (4, 2) et que la composante du vecteur $\vec{v}$ est (-2, 3)
Alors, $-\vec{v}$ = (2, -3)
$\vec{u} - \vec{v}$ = (4, 2) - (-2, 3) = (4 + 2, 2 – 3) = (6, -1)

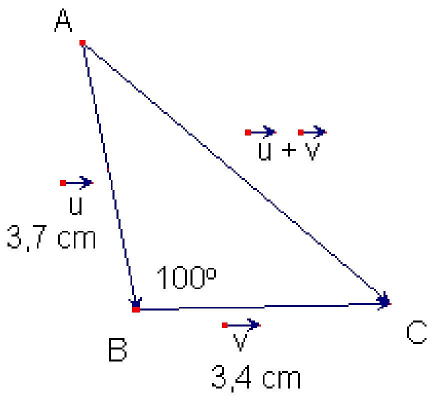


Si $\vec{u}$ = (a, b) et $\vec{v}$ = (c, d), deux vecteurs du plan cartésien, alors
$\vec{u} + \vec{v}$ = (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)
$\vec{u} - \vec{v}$ = (a, b) - (c, d) = (a – c, b – d)

<u>Trouver l’angle entre deux vecteurs (loi des cosinus)</u>

C’est le même principe que l’on a vu en trigonométrie en MAT436.

Nous savons que la norme d’un vecteur donne une valeur numérique.



$b^2 = a^2 + c^2 – 2ac\text{Cos}100^o$
$b^2 = (3,4)^2 + (3,7)^2 – 2(3,4)(3,7)\text{Cos}100^o$
$b^2 = (3,4)^2 + (3,7)^2 – 2(3,4)(3,7)\text{Cos}100^o$
$b^2 = 11,56 + 13,69 + 4,3689882$
$b^2 = 29,6189882$
b = 5,44 cm

$\|\vec{u} + \vec{v}\|$ = 5,44 cm