Quelques propriétés de la valeur absolue
La valeur absolue donnera toujours comme résultat une valeur positive
$|x| \geq 0$

$|x| = |-x|$

Le produit est distributif
$|x \times y| = |x| \times |y|$

La division est distributive
$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ ou $|x / y| = |x| / |y|$

Forme générale
f(x)= $a|b(x-h)| + k$

ou

f(x)= $a|b||(x-h)| + k$ ➔ f(x)= $a|(x-h)| + k$ car $a \times |b| = a$ cela donne un nouveau a.

Propriété
(h, k) est le sommet de la valeur absolue.

Exemple

Soit la fonction suivante: f(x) = $2|x-3| - 4$

Analyse de la fonction :

- Le sommet est (h, k) = (3, -4)
- Domaine : R
- Image : [-4, **+∞[**
- Le minimum est -4
- Variation : elle est décroissante sur] –∞, 3] et croissante sur [3, +∞ [
- Axe de symétrie x = 3
- Maintenant, trouvons les zéros.
  f(x) = 0
  $2|x-3| - 4 = 0$
  $2|x-3| = 4$
  $|x-3| = 2$

  L'expression dans la valeur absolue peut être positive ou négative.

Pour x - 3 ≥ 0

(x – 3) = 2
x = 5

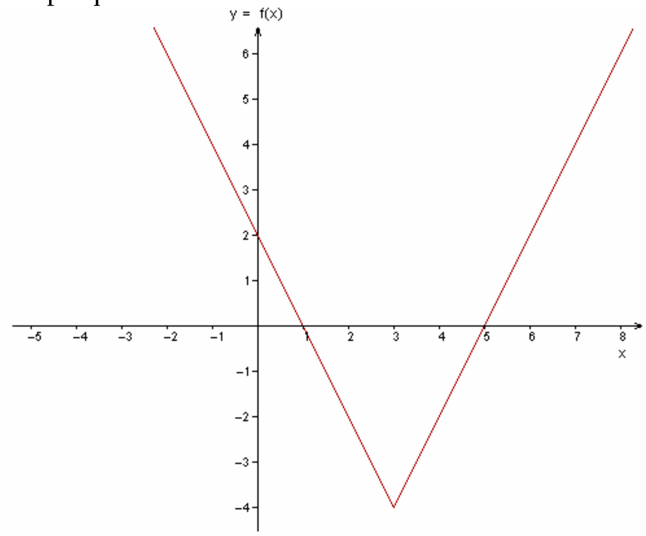
Pour x – 3 < 0

(x – 3) = -2
x - 3 = -2
x = 1

Les zéros sont 1 et 5

- Signe de la fonction :
  - $f(x) \geq 0$:]- ∞ , 1] U [5, +∞[
  - $f(x) < 0$:]1, 5[

Graphique :

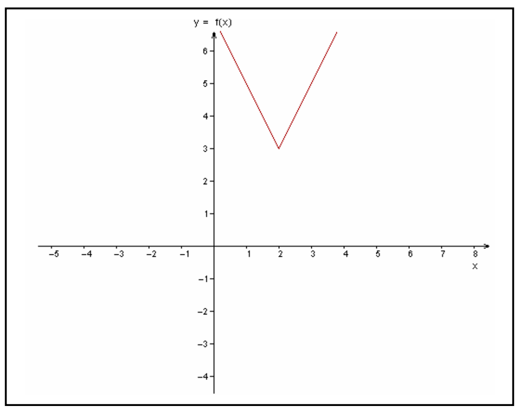


Recherche de la règle

Il existe 3 façons pour trouver $f(x) = a|x – h| +k$:

1- À l'aide d'un sommet et d'un point

S(2, 3) et le point P(6, 11)



$f(x) = a|x-h| + k$
$y = a|x-2| + 3$ insère le sommet
$11 = a|6-2| + 3$ utilise le point P
$8 = 4a$
$a=2$

$f(x) = 2|x-2| +3$

2- On connaît trois coordonnées dont deux qui ont la même ordonnée.
(1,4) (5,4) (-1, -4)

Si on place ces trois coordonnées dans un plan cartésien, on se rend compte que le paramètre a sera négatif.

Avec (1,4) et (5,4), nous savons que le graphique d'une fonction valeur absolue est symétrique, donc le sommet sera à x=3 d'où le sommet (3, k)

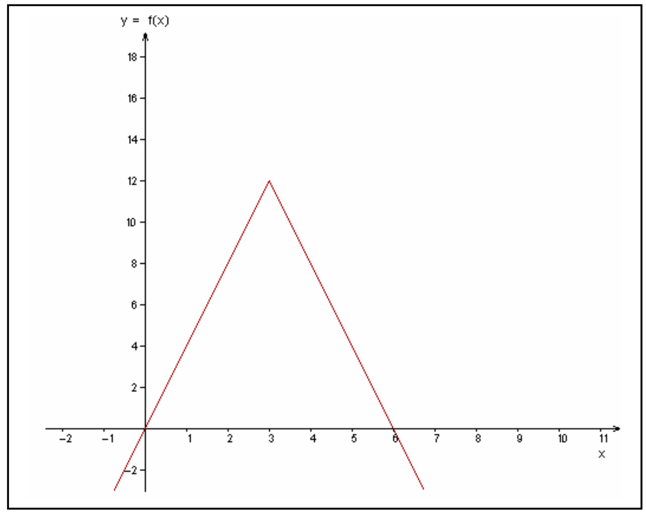
Trouvons la pente avec (-1, -4) et (1, 4)

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - -4}{1 - -1} = \frac{8}{2} = 4$$

Donc le paramètre a sera négatif : a=-4

Nous avons y = |x-h| + k
y = -4|x-3| + k
4 = -4|5-3| + k
4 = -8 + k
k = 12

f(x) = -4|x-3| + 12



3- Nous avons 3 coordonnées quelconques.

(2,3) (5, -6) et (11, 6)
Si on place ces trois coordonnées dans un plan cartésien, on se rend compte que le paramètre a sera positif.
(2, 3) et (5, -6) sont sur la même droite
Trouvons la pente avec (2, 3) et (5, -6)

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{5 - 2} = \frac{-9}{3} = -3$$

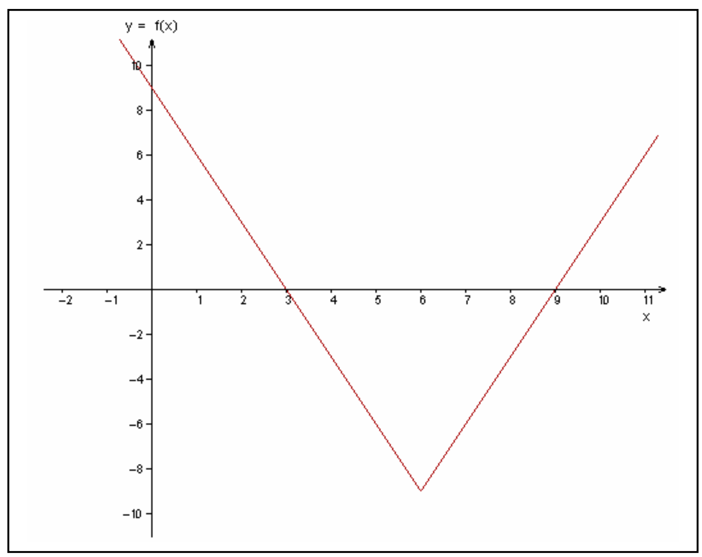
y = -3x + b
3 = -3(2) + b
3 = -6 + b
b=9
y = -3x + 9

Donc le paramètre a sera positif : a = 3

L'autre droite aura un a = 3

y = 3x + b et passe par (11, 6)
6 = 3(11) + b
6 = 33 + b
b = -27

y = 3x – 27



Méthode de comparaison pour trouver le sommet :
y = -3x + 9
y = 3x – 27

-3x + 9 = 3x – 27

$36 = 6x$
$x=6$

Trouvons y

$y = 3x - 27$
$y = 3(6) - 27$
$y = -9$
Le sommet est (6, -9)

$f(x) = 3|x - 6| - 9$