

Exponentielles

Loi des exposants

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

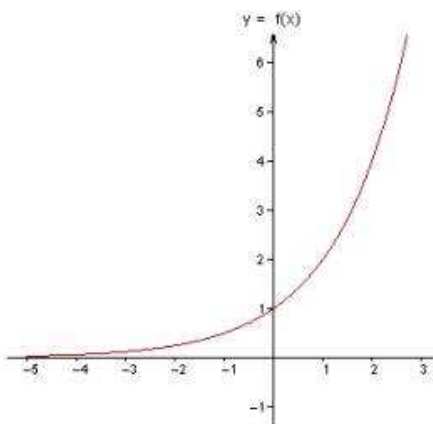
Fonction de base

$\forall c > 0$ et $c \neq 1$, la règle est $f(x) = c^x$

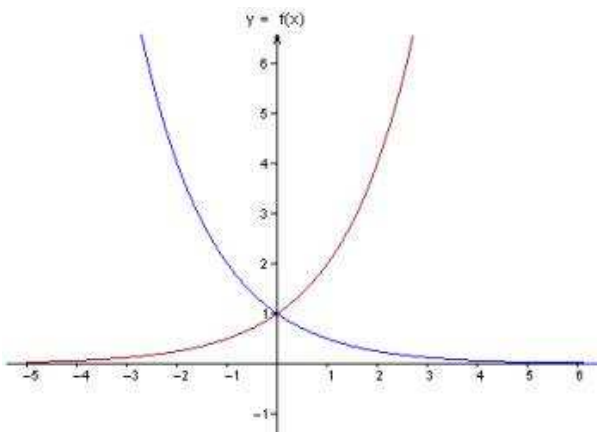
Où c est appelé la base et x est appelé l'exposant. La courbe passera toujours au point $(0, 1)$ et l'asymptote sera égale à $y=0$.

Couples importants pour construire un graphique: $(-1, 1/c)$, $(0,1)$, $(1,c)$.

Exemple avec $f(x) = 2^x$



De plus, si $c > 1$, la fonction sera croissante (courbe brune). Si $0 < c < 1$, la fonction sera décroissante (courbe bleue).



Fonction exponentielles transformées

$$f(x) = ac^{b(x-h)} + k$$

L'asymptote sera $y=k$

Fonction exponentielles transformées

$$f(x) = ac^{bx} + k$$

L'asymptote sera $y=k$

La courbe passera par la coordonnée $(0, a + k)$

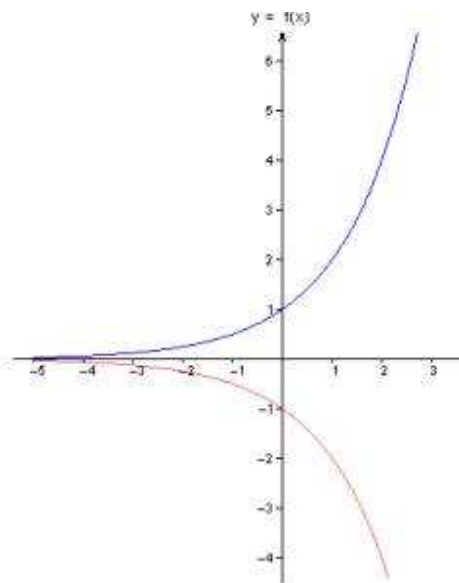
Influence des paramètres

Analysons le paramètre a avec $f(x) = a(c)^{bx}$

Influence du signe sur le paramètres a

a positif (courbe bleue)

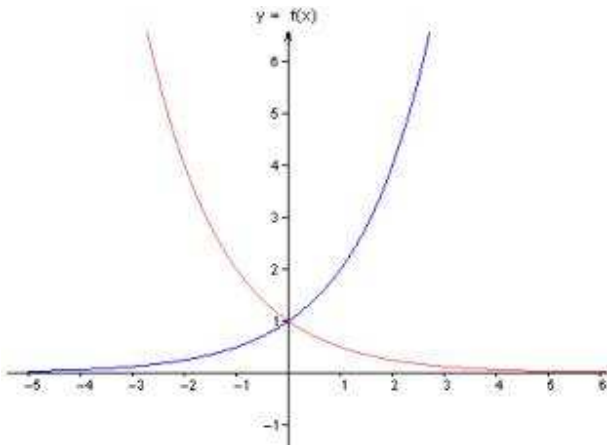
a négatif \implies réflexion par rapport à l'axe des x (courbe rouge)



b positif (courbe bleue)

b négatif \implies réflexion par rapport à l'axe des y (courbe rouge)

Analysons le paramètre b avec $f(x) = c^{bx}$



Pour le paramètre h

s'il est positif \implies translation horizontale de h unités vers la droite

s'il est négatif \implies translation horizontale de h unités vers la gauche

Pour le paramètre k

s'il est positif \implies translation verticale de h unités vers la haut

s'il est négatif \implies translation verticale de h unités vers le bas

Propriétés de la fonction exponentielle

Domaine: \mathbb{R}

image: si $a < 0$ $]-\infty, k[$

si $a > 0$ $]k, +\infty[$

Zéro: Il y en a si $a < 0$ et $k > 0$ ou $a > 0$ et $k < 0$

Extremum: Aucun

Signe: Relatif à l'existence des zéros

Variations: Croissante ou décroissante

Réciproque: C'est une fonction logarithmique

Règle d'une fonction exponentielle

Comment trouver la règle d'une fonction exponentielle.

$$f(x) = ac^{bx}$$

a = Valeur initiale

c = le facteur multiplicatif

b = Le nombre de périodes (ou de répétition) durant l'unité de temps

b = (Unité de temps)/(le temps de la répétition)

Exemple pour le paramètre b :

... double toutes les 15 minutes...

b = 60/15 = 4 (veut dire 4 périodes dans une heure)

... double toutes les 30 minutes...

b = 60/30 = 2 (veut dire 2 périodes dans une heure)

... double toutes les 2 heures...

b = 60/120 = 1/2 (veut dire 1/2 période dans une heure)

Exemple: Au début d'une expérience, il y avait 15 bactéries. Depuis, l'augmentation des bactéries doubles tous les 4 heures.

a= 15

c = 2 (double)

b = 1/4 (une fois tous les 4 heures. Dans 4 heures, le nombre de bactéries aura doublé)

$$f(x) = 15 * 2^{\frac{1}{4}x}$$

Validation: si x=4 heures, $f(4) = 15 * 2^{\frac{4}{4}} = 15 * 2 = 30$. Donc, dans 4 heures, le nombre de bactéries aura bel et bien doublé.

Équations exponentielles

Il suffit d'utiliser les propriétés des exposants pour simplifier une expression.

Par exemple:

$$8 \cdot 2^{x+4} = 64$$

$2^{x+4} = 8$ on divise par 8 de chaque côté

$2^{x+4} = 2^3$ On transforme le 8 pour obtenir une forme exponentielle en base 2.

Rendu ici, l'égalité des bases entraîne l'égalité des exposants

$$x+4 = 3$$

$$x = -1$$