

Résoudre les équations trigonométriques suivantes si $x \in [0, 2\pi[$

1. $3\sin x - 2 = 0$

2. $\sin x + 1 = -\cos^2 x$

3. $4\cos^2 x - \cos x = 3$

4. $\tan^2 x + 4\tan x - 12 = 0$

5. $6\sin^2(2x) + 7\sin(2x) + 2 = 0$

6. $8\cos^2(3x) - 2\cos(3x) - 3 = 0$

Résoudre les équations trigonométriques suivantes si $x \in [-\pi/2, \pi/2[$

7. $12\sec^2 x + 5\tan x = 14$

Solutionnaire

Résoudre les équations trigonométriques suivantes si $x \in [0, 2\pi[$

1. $3\sin x - 2 = 0$

$$3\sin x - 2 = 0 \rightarrow 3\sin x = 2 \rightarrow \sin x = 2/3$$

$$\theta_1 = 0,7297 \quad \theta_2 = \pi - \theta_1 = 2,4119$$

Réponse : $x \in \{0,7297; 2,4119\}$

2. $\sin x + 1 = -\cos^2 x$

Il faut mettre l'équation égale à 0.

$$\sin x + 1 + \cos^2 x = 0$$

Il faudrait avoir l'équation en fonction de $\sin x$.

$$\sin x + 1 + (1 - \sin^2 x) = 0 \rightarrow -\sin^2 x + \sin x + 2 = 0$$

Factorisons (produit ac = -2, donc les facteurs sont -1 et 2)

$$-\sin^2 x + 2\sin x - \sin x + 2 = 0 \rightarrow -\sin x(\sin x - 2) - (\sin x - 2) = 0 \rightarrow (\sin x - 2)(-\sin x - 1) = 0$$

$$(\sin x - 2)(-\sin x - 1) = 0$$

Posons

$$\sin x - 2 = 0 \rightarrow \sin x = 2 \text{ impossible}$$

$$-\sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = \{3\pi/2\}$$

Réponse : $x \in \{3\pi/2\}$

3. $4\cos^2x - \cosx = 3$

Il faut mettre l'équation égale à 0.

$$4\cos^2x - \cosx = 3 \rightarrow 4\cos^2x - \cosx - 3 = 0$$

Factorisons

$$4\cos^2x - 4\cosx + 3\cosx - 3 = 0 \rightarrow 4\cosx(\cosx - 1) + 3(\cosx - 1) = 0 \rightarrow$$

$$(\cosx - 1)(4\cosx + 3) = 0$$

Posons

$$\cosx - 1 = 0 \rightarrow \cosx = 1 \rightarrow x = \{0\}$$

$$4\cosx + 3 = 0 \rightarrow \cosx = -3/4 \rightarrow \theta_1 = 2,4189 \quad \theta_2 = 2\pi - \theta_1 = 3,8643 \rightarrow x = \{2,4189; 3,8643\}$$

Réponse : $x \in \{0; 2,4189; 3,8643\}$

4. $\tan^2x + 4\tanx - 12 = 0$

$$\tan^2x + 4\tanx - 12 = 0$$

Factorisons (ac = -12 et les facteurs sont 1x12 2x6 3x4)

Nous allons prendre -2 et 6

$$\tan^2x + 6\tanx - 2\tanx - 12 = 0 \rightarrow \tanx(\tanx + 6) - 2(\tanx + 6) \rightarrow$$

$$(\tanx + 6)(\tanx - 2) = 0$$

Posons

$$\tanx + 6 = 0 \rightarrow \tanx = -6 \rightarrow x = -1,4056$$

$$\tanx - 2 = 0 \rightarrow \tanx = 2 \rightarrow x = \mathbf{1,1071}$$

si $x \in [0, 2\pi[$ et que la période de \tanx est π , trouvons toutes les valeurs

$$x = -1,4056 \rightarrow x = -1,4056 + \pi = \mathbf{1,736} \rightarrow x = 1,736 + \pi = \mathbf{4,8776}$$

$$x = 1,1071 \rightarrow x = 1,1071 + \pi = \mathbf{4,2487}$$

Réponse : $x \in \{1,1071; 1,736; 4,2487; 4,8776\}$

$$5. 6\sin^2(2x) + 7\sin(2x) + 2 = 0$$

(Attention, $\sin(2x)$ veut dire que le $(2x)$ c'est l'argument du sinus!)

Factorisons (produit ac = 12, donc les facteurs sont 3 et 4)

$$6\sin^2(2x) + 3\sin(2x) + 4\sin(2x) + 2 = 0 \rightarrow 3\sin(2x)(2\sin(2x) + 1) + 2(2\sin(2x) + 1) = 0 \rightarrow$$

$$(2\sin(2x) + 1)(3\sin(2x) + 2) = 0$$

Posons

$$2\sin(2x) + 1 = 0 \rightarrow \sin(2x) = -1/2 \rightarrow \theta_1 = 7\pi/6 \quad \theta_2 = 11\pi/6$$

$$2x = 7\pi/6 \rightarrow x = 7\pi/12$$

$$2x = 11\pi/6 \rightarrow x = 11\pi/12$$

$$\text{La période du sinus est } P = 2\pi/|b| \rightarrow P = \pi \quad \text{ou } P = 12\pi/12$$

Donc on va rajouter une période tant que l'on va respecter la contrainte $x \in [0, 2\pi[$

$$x = 7\pi/12 + 12\pi/12 = 19\pi/12$$

$$x = 11\pi/12 + 12\pi/12 = 23\pi/12$$

$$x \in \{7\pi/12, 11\pi/12, 19\pi/12, 23\pi/12\}$$

$$3\sin(2x) + 2 = 0 \rightarrow \sin(2x) = -2/3 \rightarrow \theta_1 = -0,7297 \quad \theta_2 = \pi - \theta_1 = 3,8713$$

$$2x = -0,7297 \rightarrow x = -0,3649 \quad (\text{Ne respecte pas la contrainte})$$

$$2x = 3,8713 \rightarrow x = 1,9357$$

$$\text{La période du sinus est } P = 2\pi/|b| \rightarrow P = \pi \quad \text{ou } P = 3,141592$$

Donc on va rajouter une période tant que l'on va respecter la contrainte $x \in [0, 2\pi[$

Ou $x \in [0, 6,2832[$

$$x = -0,3649 + 3,141592 = 2,7767 \rightarrow x = 2,7767 + 3,141592 = 5,9183$$

$$x = 1,9357 + 3,141592 = 5,0773$$

$$x \in \{1,9357; 2,7767; 5,0773; 5,9183\}$$

Réponse : $x \in \{7\pi/12, 11\pi/12, 19\pi/12, 23\pi/12, 1,9357; 2,7767; 5,0773; 5,9183\}$

$$6. 8\cos^2(3x) - 2\cos(3x) - 3 = 0$$

(Attention, $\cos(3x)$ veut dire que le $(3x)$ c'est l'argument du cosinus!)

Factorisons (produit ac = -24, donc les facteurs sont -6 et 4)

$$8\cos^2(3x) + 4\cos(3x) - 6\cos(3x) - 3 = 0 \rightarrow 4\cos(3x)(2\cos(3x) + 1) - 3(2\cos(3x) + 1) = 0$$
$$\rightarrow (2\cos(3x) + 1)(4\cos(3x) - 3) = 0$$

Posons

$$2\cos(3x) + 1 = 0 \rightarrow \cos(3x) = -1/2 \rightarrow \theta_1 = 2\pi/3 \quad \theta_2 = 4\pi/3$$

$$3x = 2\pi/3 \rightarrow x = 2\pi/9$$

$$3x = 4\pi/3 \rightarrow x = 4\pi/9$$

La période du cosinus est $P = 2\pi/|b| \rightarrow P = 2\pi/3$ ou $P = 6\pi/9$

Donc on va rajouter une période tant que l'on va respecter la contrainte $x \in [0, 2\pi[$

$$x = 2\pi/9 + 6\pi/9 = 8\pi/9 \rightarrow x = 8\pi/9 + 6\pi/9 = 14\pi/9$$

$$x = 4\pi/9 + 6\pi/9 = 10\pi/9 \rightarrow x = 10\pi/9 + 6\pi/9 = 16\pi/9$$

$$x \in \{2\pi/9, 4\pi/9, 8\pi/9, 10\pi/9, 14\pi/9, 16\pi/9\}$$

$$4\cos(3x) - 3 = 0 \rightarrow \cos(3x) = 3/4 \rightarrow \theta_1 = 0,7227 \quad \theta_2 = 2\pi - \theta_1 = 5,5605$$

$$3x = 0,7227 \rightarrow x = 0,2409$$

$$3x = 5,5605 \rightarrow x = 1,8535$$

La période du cosinus est $P = 2\pi/|b| \rightarrow P = 2\pi/3$ ou $P = 2,0944$

Donc on va rajouter une période tant que l'on va respecter la contrainte $x \in [0, 2\pi[$

Ou $x \in [0, 6,2832[$

$$x = 0,2409 + 2,0944 = 2,3353 \rightarrow x = 2,3353 + 2,0944 = 4,4297$$

$$x = 1,8535 + 2,0944 = 3,9479 \rightarrow x = 3,9479 + 2,0944 = 6,0423$$

$$x \in \{0,2409; 1,8535; 2,3353; 3,9479; 4,4297; 6,0423\}$$

Réponse : $x \in \{2\pi/9, 4\pi/9, 8\pi/9, 10\pi/9, 14\pi/9, 16\pi/9; 0,2409; 1,8535; 2,3353; 3,9479; 4,4297; 6,0423\}$

Résoudre les équations trigonométriques suivantes si $x \in [-\pi/2, \pi/2[$

7. $12\sec^2x + 5\tanx = 14$

Il faut mettre l'équation égale à 0.

$$12\sec^2x + 5\tanx = 14 \rightarrow 12\sec^2x + 5\tanx - 14 = 0$$

Il faudrait avoir l'équation en fonction de \tanx .

$$12\sec^2x + 5\tanx - 14 = 0 \rightarrow 12(1 + \tan^2x) + 5\tanx - 14 = 0 \rightarrow 12 + 12\tan^2x + 5\tanx - 14 = 0 \rightarrow$$

$$12\tan^2x + 5\tanx - 2 = 0$$

Factorisons

$$12\tan^2x + 5\tanx - 2 = 0 \rightarrow 12\tan^2x + 8\tanx - 3\tanx - 2 = 0 \rightarrow 4\tanx(3\tanx + 2) - (3\tanx + 2) = 0$$

$$\rightarrow (3\tanx + 2)(4\tanx - 1) = 0$$

Posons

$$3\tanx + 2 = 0 \rightarrow \tanx = -2/3 \rightarrow x = -0,588$$

$$4\tanx - 1 = 0 \rightarrow \tanx = 1/4 \rightarrow x = 0,245$$

Réponse : $x \in \{-0,588; 0,245\}$