

Problèmes variés en trigonométrie

1- Un satellite tourne autour de la Terre. Il a une altitude de 425 000 m au-dessus de l'équateur. Quelle sera la distance totale parcourue par le satellite après une révolution complète? (rayon équatorial de la Terre = 6 378,14 km).

2- Un satellite tourne autour de la terre à une altitude de 375 000 m au-dessus de l'équateur. Après une heure, il a fait le quart d'une révolution. Un autre satellite tourne autour de la terre à une altitude de 455 000 m au-dessus de l'équateur. Après une heure, il a parcourue le douzième d'une révolution complète. Quelle sera la différence de la distance parcourue entre les deux satellites après une heure ? (rayon équatorial de la Terre = 6 378,14 km).

3- Analyser la fonction suivante : $f(x) = 4 \sin (4 \pi x - \pi) - 1$

4. Résoudre le problème suivant :

$$\sin^{-1}(x+4) = \frac{\pi}{6}$$

5. Le cadre financier d'une entreprise sur 12 mois suit la fonction suivante :

$$f(x) = 6 \cos \frac{\pi}{6} \left(x - \frac{1}{2}\right) + 5$$

Où x est le nombre de mois et $f(x)$ est les profits/pertes (en millions) générés durant 12 mois.

- Quel sera le montant généré dans 3 mois ?
- Quel sera le minimum atteint durant les 12 mois ?
- À quel moment atteindra-t-il 9 millions ?

Problèmes variés en trigonométrie

1. Circonférence = $2\pi r$. Il suffit de trouver le rayon en Km. $425\ 000\text{ m} = 425\text{ Km}$
 $R = 425 + 6\ 378,14 = 6\ 803,14 \rightarrow C = 2\pi \times 6\ 803,14 = 42\ 745,39\text{ Km}$

2. Premier satellite : $375\ 000\text{ m} = 375\text{ Km} \rightarrow$ rayon = $375 + 6\ 378,14 = 6\ 753,14$

Un quart de révolution représente un angle de $\frac{\pi}{2}$ selon le cercle trigonométrique.
 La longueur d'arc se trouve avec la formule $L = \theta \times r$

$$L = \frac{\pi}{2} \times 6\ 753,14 = 10\ 607,807\text{ Km}$$

Deuxième satellite : $455\ 000\text{ m} = 455\text{ Km} \rightarrow$ rayon = $455 + 6\ 378,14 = 6\ 833,14$

Un douzième de révolution représente un angle de $\frac{\pi}{6}$ selon le cercle trigonométrique.

La longueur d'arc se trouve avec la formule $L = \theta \times r$

$$L = \frac{\pi}{6} \times 6\ 833,14 = 3\ 577,82\text{ Km}$$

La différence sera $10\ 607,807 - 3\ 577,82 = 7\ 029,98\text{ Km}$

3. $f(x) = 4 \sin(4\pi x - \pi) - 1 \rightarrow f(x) = 4 \sin 4\pi(x - \frac{1}{4}) - 1$

Amplitude = 4

$$\text{Période} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Max } f = K + A = 3$$

$$\text{Min } f = K - A = -5$$

$$\text{Zéros: } f(x) = 0$$

$$4\sin 4\pi(x - \frac{1}{4}) - 1 = 0$$

$$\sin 4\pi(x - \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^{-1} \frac{1}{4} = \theta$$

$$\Theta_1 = 0,2527$$

$$\Theta_2 = \pi - \Theta_1 \rightarrow \Theta_2 = 2,8889$$

Remplaçons Θ_1 et Θ_2 par $4\pi(x - \frac{1}{4})$

$$4\pi(x - \frac{1}{4}) = 0,2527 \rightarrow x = 0,27$$

$$4\pi(x - \frac{1}{4}) = 2,8889 \rightarrow x = 0,48$$

Les zéros sont : $x = 0,27 + \frac{1}{2}n$ où $n \in \mathbb{Z}$ et $x = 0,48 + \frac{1}{2}n$ où $n \in \mathbb{Z}$

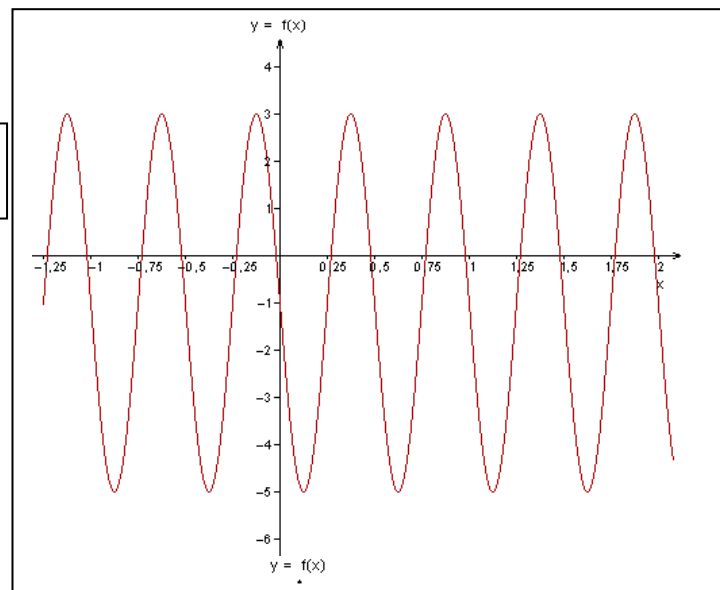
Les signes :

Positif sur $[0,27 + \frac{1}{2}n, 0,48 + \frac{1}{2}n]$ où $n \in \mathbb{Z}$

Négatif sur $[-0,02 + \frac{1}{2}n, 0,27 + \frac{1}{2}n]$ où $n \in \mathbb{Z}$

Croissante sur $[0,125 + \frac{1}{2}n, 0,375 + \frac{1}{2}n]$ où $n \in \mathbb{Z}$ (le milieu entre $-0,02$ et $0,27 = 0,125$)

Décroissante sur $[-0,125 + \frac{1}{2}n, 0,125 + \frac{1}{2}n]$ où $n \in \mathbb{Z}$ (le milieu entre $-0,23$ et $-0,02$ est $-0,125$)



Problèmes variés en trigonométrie

4. Résoudre le problème suivant (MAT536)

$$\sin^{-1}(x+4) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \sin \frac{\pi}{6} = (x+4)$$

$$\text{On sait que } \sin \frac{\pi}{6} = 1/2 \rightarrow \sin \frac{\pi}{6} = (x+4) \rightarrow 1/2 = x + 4 \rightarrow x = -3,5$$

5. Le cadre financiers d'une entreprise suit la fonction suivante $f(x) = 6 \cos \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) + 5$

Où x est le nombre de mois et f(x) est les profits/pertes (en millions) générés durant 12 mois.

a. **Quel sera le montant généré dans 3 mois ?**

Il suffit de remplacer x par 3.

$$f(3) = 6 \cos \frac{\pi}{6} (3 - \frac{1}{2}) + 5$$

$$6 \cos \frac{\pi}{6} (3 - \frac{1}{2}) + 5 =$$

$$6 \cos \frac{\pi}{6} (\frac{5}{2}) + 5 =$$

$$6 \cos \frac{5\pi}{12} + 5 = 6,5529$$

Donc, il générera un profit de 6 552 900\$

b. **Quel sera le minimum atteint durant les 12 mois ?**

$$\text{Min} = K - A \rightarrow \text{Min} = 5 - 6 = -1 \rightarrow -1 \text{ 000 000\$ (une perte)}$$

c. **À quel moment atteindra-t-il 9 millions ?**

$$\text{Max} = K + A \rightarrow \text{Max} = 5 + 6 = 9$$

$$6 \cos \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) + 5 = 9$$

$$6 \cos \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) = 4$$

$$\cos \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) = 2/3 \quad (\text{supposons } y = \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}))$$

$$\cos y = 2/3$$

$$\Theta_1 = 0,8411$$

$$\Theta_2 = 2\pi - \Theta_1 \rightarrow \Theta_2 = 5,4421$$

$$\text{Donc, } \frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) = 0,8411 \rightarrow (x - \frac{1}{2}) = 1,6064 \rightarrow x = 2,11$$

$$\frac{\pi}{6} (x - \frac{1}{2}) = 5,4421 \rightarrow (x - \frac{1}{2}) = 10,3936 \rightarrow x = 10,89$$

Alors, il atteindra 9 millions à environ 2,11 mois et 10,89 mois.