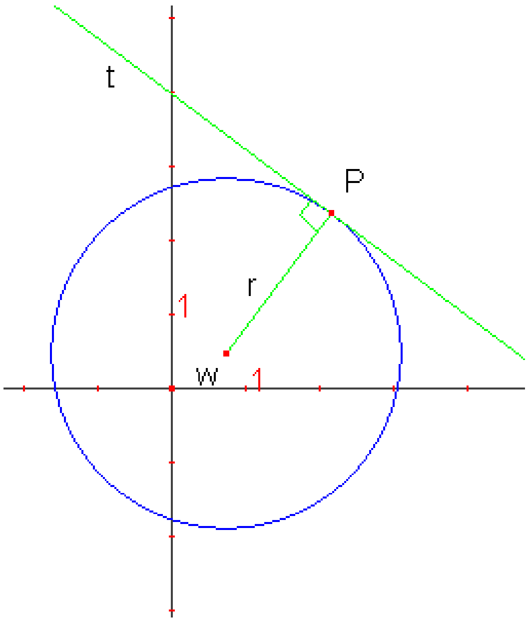
La droite tangente à un cercle

Définitions :
Une droite est tangente à un cercle si, et seulement si, elle coupe le cercle en un seul point.

Caractéristique

La droite tangente (t) sera perpendiculaire au rayon au point de tangence (P).



La droite tangente en un point est unique.

Droites perpendiculaires (Rappel MAT426-436)

Voici deux droites obliques:

$y = m_1x+b_1$ et $y = m_2x+b_2$

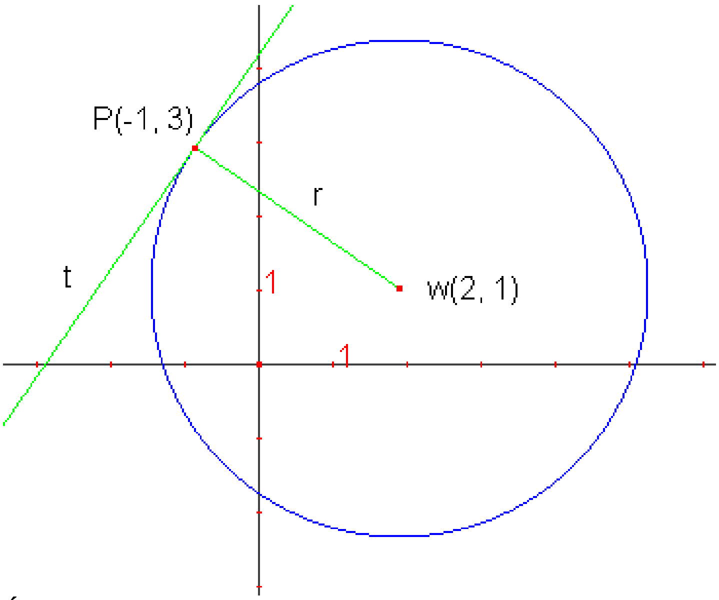
Elles sont sécantes et forment un angle droit (perpendiculaires) si

$m_1 * m_2 = -1$

Voir Droites perpendiculaires

Exemple 1 :

Détermine l'équation de la tangente



Étapes de résolution :

1- Trouvons le centre du cercle : (2, 1)

2- Trouvons la pente du segment PW.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{-1-2} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

3- La pente de la tangente t est $\frac{3}{2}$ (en utilisant $m_1 * m_2 = -1$)

L'équation est $y = \frac{3}{2}x + b$

4- Utilisons le point (-1, 3) pour trouver le paramètre b.

$$3 = \frac{3}{2}x(-1) + b \Rightarrow b = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

Réponse :

L'équation de la tangente au cercle est $y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$

Exemple 2 :

Détermine l'équation de la tangente t au cercle $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 52$ au point de tangence P(-2, 3)

1-Trouvons le centre du cercle : (2, -3)
2- La pente du point P(-2, 3) au centre du cercle (2, -3) est

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{2--2} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

3- La pente de la tangente est $\frac{2}{3}$ (en utilisant $m_1 * m_2 = -1$)

L'équation est $y = \frac{2}{3}x + b$

4- Utilisons le point (-2, 3) pour trouver le paramètre b.

$$3 = \frac{2}{3}x(-2) + b \Rightarrow b = 3 + \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{13}{3}$$

Réponse :

L'équation de la tangente au cercle est $y = \frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$