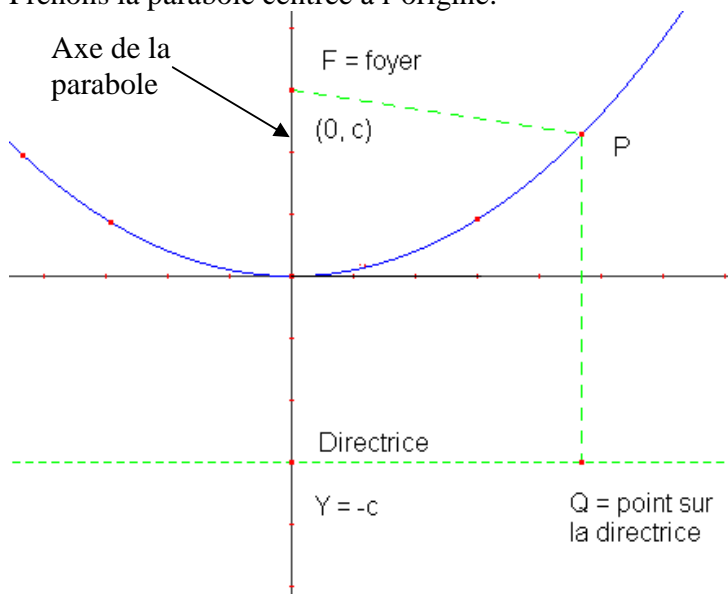


Les coniques

Deuxième conique : La parabole

Les caractéristiques de la parabole de sommet (0,0)

Prenons la parabole centrée à l'origine.



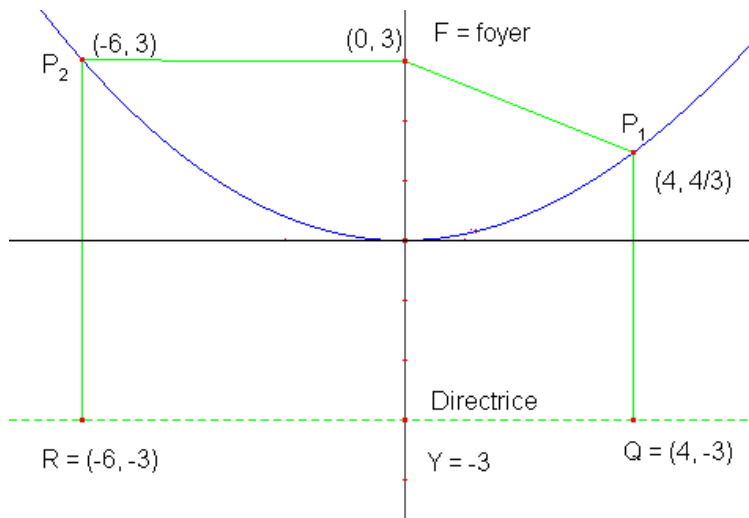
Définition : Une parabole est le lieu d'un point à égale distance d'un point fixe, appelé foyer, et d'une droite fixe, appelé directrice.

Le sommet est le point milieu entre le foyer et le point de la directrice touchant l'axe de la parabole (axe de symétrie de la parabole).

$$\text{Donc, } d(P, F) = d(P, Q)$$

La distance entre le sommet (0, 0) et le foyer (0, c) se nomme distance focale.

Exemple :



Calculons les distances pour les deux points sur la parabole.

Premier calcul :

$$d(P_1, F) = d(P_1, Q)$$

$$\sqrt{4^2 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{13}{3}\right)^2}$$

$$13/3 = 13/3$$

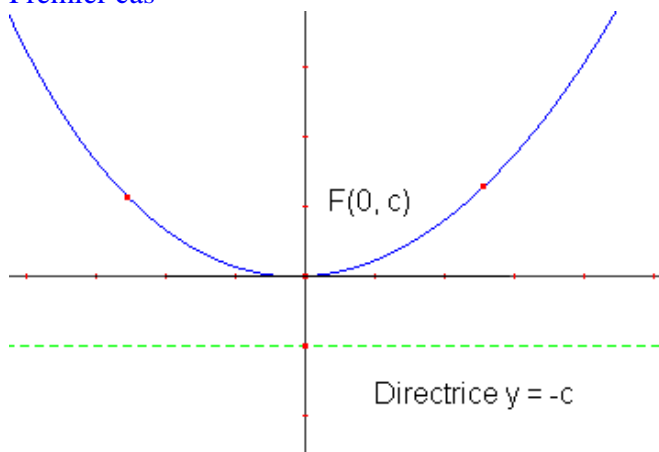
Deuxième calcul :

$$d(P_2, F) = d(P_2, R)$$

$$6 = 6$$

Voici les équations de la parabole passant par le sommet (0, 0)

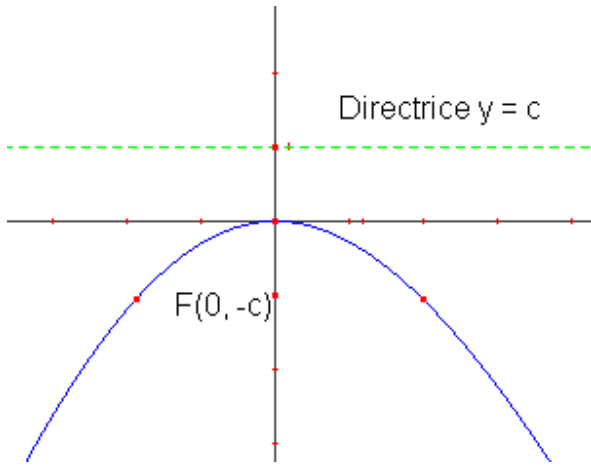
Premier cas



$$\text{Équation } x^2 = 4cy$$

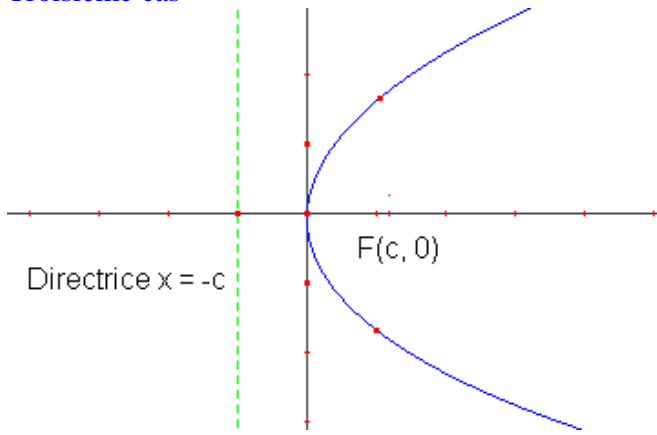
$$\text{Foyer } (0, c)$$

Deuxième cas



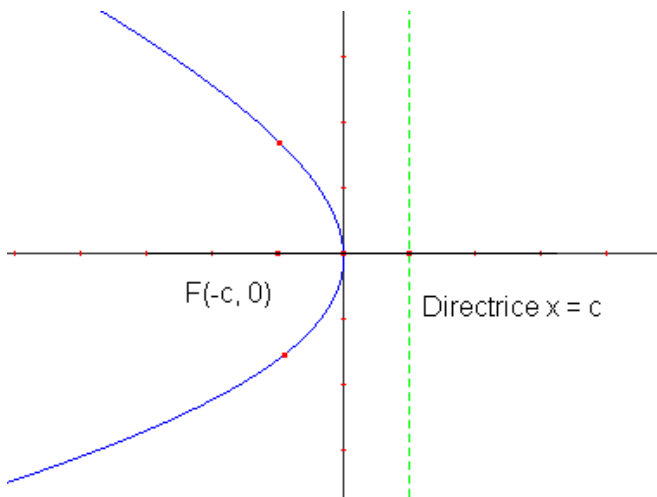
Équation $x^2 = 4cy$
Foyer $(0, -c)$

Troisième cas



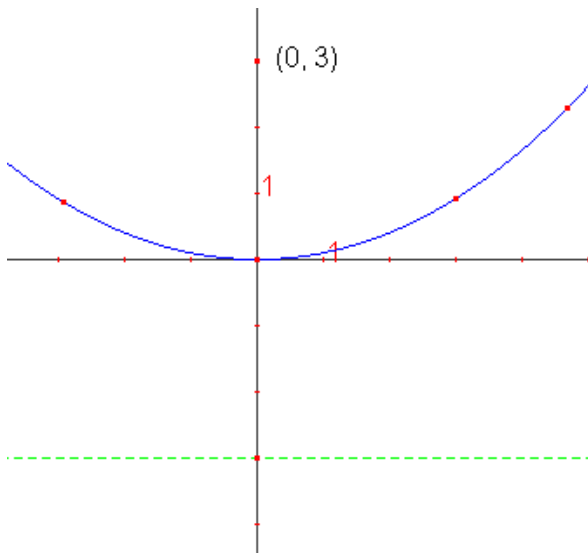
Équation $y^2 = 4cx$
Foyer $(c, 0)$

Quatrième cas



Équation $y^2 = 4cx$
Foyer $(-c, 0)$

Exemple 1 :
Trouver l'équation de cette parabole.



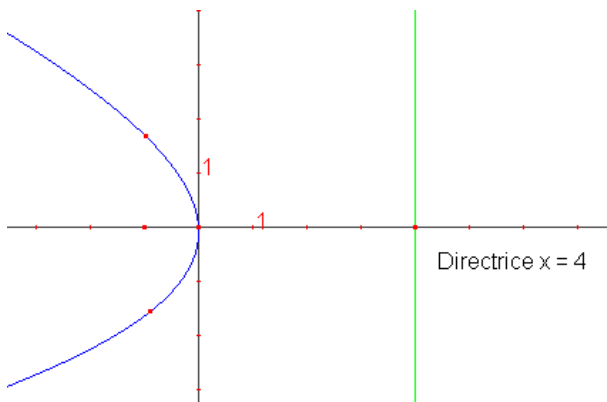
Posons l'équation : $x^2 = 4cy$

Valeur connue : $c=3$

Équation : $x^2 = 4 \cdot 3 \cdot y$

Équation : $x^2 = 12y$

Exemple 2 :
Trouver l'équation de cette parabole



Posons l'équation $y^2 = -4cx$

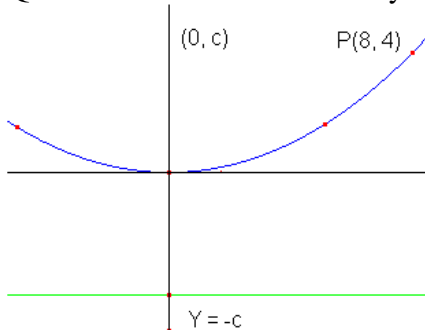
Valeur connue : $c = -4$

Équation $y^2 = -4 \cdot 4 \cdot x$

Équation $y^2 = -16x$

Exemple 3 :

Quelle est la coordonnée du foyer?



Posons l'équation : $x^2 = 4cy$

On remplace les variables x et y par le point (8,4)

Équation : $8^2 = 4c \cdot 4$

Équation : $64 = 16c$

Équation : $4 = c$

Coordonnée du foyer : F(0, 4)

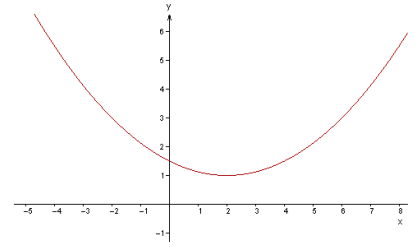
L'équation canonique de centre (h, k)

Première forme : axe vertical

Équation $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

Foyer (h, c+k)

Directrice : $y = -c+k$



Exercice

Trouver le sommet et le foyer de cette parabole :

$$(x - 15)^2 = -48(y + 13)$$

Sommet: (15, -13)

$$-48 = 4c$$

$$c = -12$$

Foyer: (h, c+k)

Foyer: (15, -12 + -13)

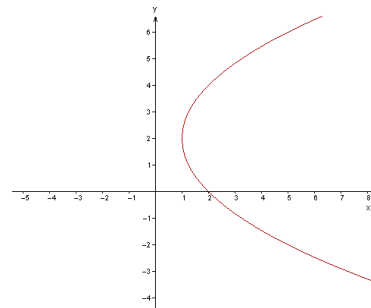
Foyer: (15, -25)

Deuxième forme : axe horizontal

Équation $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

Foyer (c+h, k)

Directrice : $x = -c+h$



Exercice

Trouver le sommet et le foyer de cette parabole :

$$(y + 3)^2 = 4(x - 8)$$

Sommet: (8, -3)

$$4 = 4c$$

$$c = 1$$

Foyer: (c+h, k)

Foyer: (1 + 8, -3)

Foyer: (9, -3)

Exercices

Quelle est l'équation de la parabole ayant pour sommet (4, 6) et une directrice $x = 10$?

Premièrement, la parabole sera de la forme $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

L'équation de la directrice est :

$$x = -c + h$$

$$10 = -c + 4$$

$$c = -6$$

L'équation sera $(y - 6)^2 = -24(x - 4)$

Quelle est l'équation de la parabole ayant pour sommet (7, -16) et pour foyer (7, -12)?

Premièrement, la parabole sera de la forme $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

$$(h, k) = (7, -16)$$

Foyer (7, -12)

Foyer: (h, c+k)

$$-12 = c + k$$

$$-12 = c + -16$$

$$4 = c$$

L'équation sera $(x - 7)^2 = 16(y + 16)$

Inéquations représentant l'intérieur de la parabole

Équation $(x - h)^2 < 4c(y - k)$

Équation $(x - h)^2 < -4c(y - k)$

Équation $(y - k)^2 < 4c(x - h)$

Équation $(y - k)^2 < -4c(x - h)$

Inéquations représentant l'extérieur de la parabole

Équation $(x - h)^2 > 4c(y - k)$

Équation $(x - h)^2 > -4c(y - k)$

Équation $(y - k)^2 > 4c(x - h)$

Équation $(y - k)^2 > -4c(x - h)$