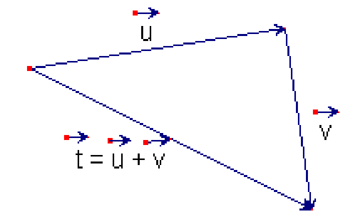
Combinaison linéaire

Combinaison linéaire

Tout vecteur est décomposable en une somme de deux autres vecteurs. Ces vecteurs peuvent être décomposés en un produit de vecteur par un scalaire.

Toute combinaison de la forme $a\vec{u} + b\vec{v}$ est appelée combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

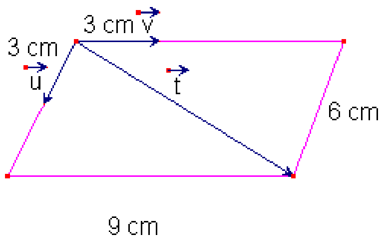
Une combinaison linéaire sert à définir un vecteur en utilisant d'autres vecteurs déjà définis. La valeur numérique qui multiplie le vecteur est appelée le coefficient de la combinaison.



La résultant $\vec{t}$ est exprimée sous forme de combinaison linéaire avec les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

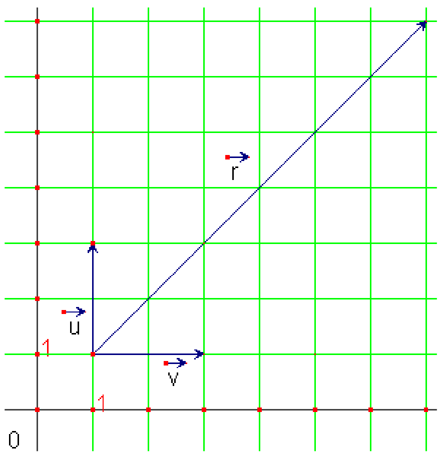
Exemple 1:

Exprime le vecteur $\vec{t}$ sous forme de combinaison linéaire



$\vec{t} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$

Exemple 2 :



$\vec{r} = 3\vec{u} + 3\vec{v}$

Exemple 3 :

Détermine le coefficient manquant

(6, 16) = a(1, 3) + 2(2, 5)

solution : a + 4 = 6 ➔ a = 2
3a + 10 = 16 ➔ a = 2

(8 ,44) = a(-1, 5) + b(2, 4)
Solution: -a + 2b = 8
5a + 4b = 44

Par la méthode d'addition (réduction)

-5a + 10b = 40
<u>5a + 4b = 44</u>
14 b = 84 ➔ b = 6
On remplace b=6 dans une des deux équations
-a + 2b = 8 ➔ -a + 2x6 = 8 ➔ -a +12 = 8 ➔ a = 4

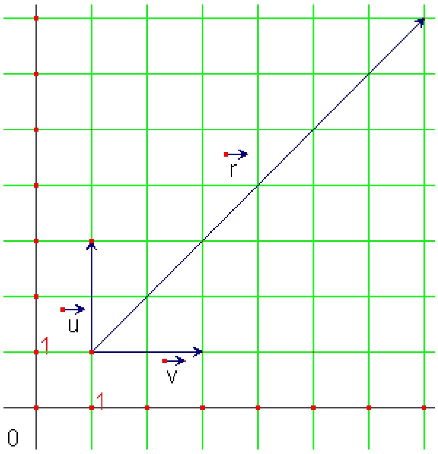
Base vectorielle

Base vectorielle

Deux vecteurs qui peuvent engendrés un autre vecteur se nomme une base vectorielle. Ces deux vecteurs doivent être linéairement indépendant (permet de faire un parallélogramme).

Les bases vectorielles sont diverses. Les plus simples sont les vecteurs unitaires (1, 0) et (0, 1) que l'on note $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

Exemple 1 :



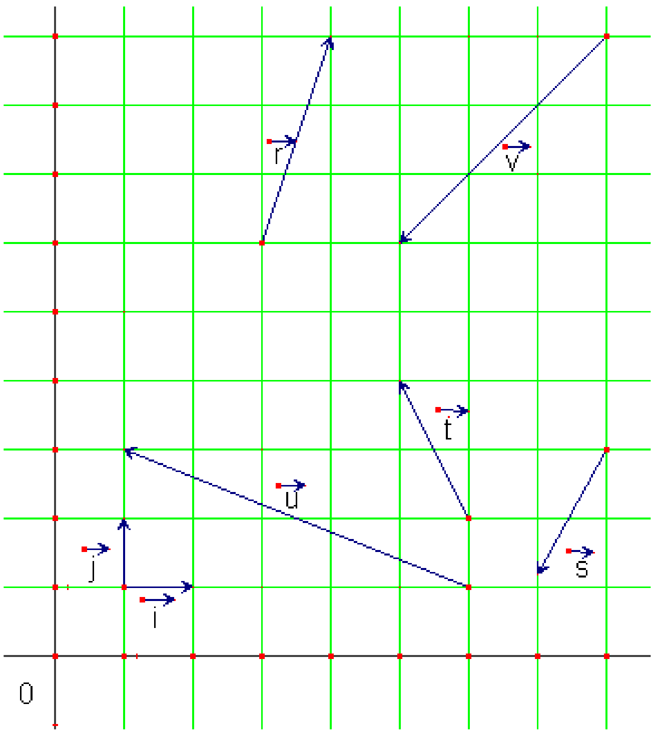
$\vec{u} = 2\,\vec{j}$

$\vec{v} = 2\,\vec{i}$

$\vec{r} = 6\,\vec{i} + 6\,\vec{j}$

Exemple 2 :

Exprime chaque vecteur sous forme de combinaison linéaire avec les vecteurs unitaires.



$\vec{u} = -5\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$

$\vec{v} = -3\,\vec{i} - 3\,\vec{j}$

$\vec{r} = \vec{i} + 3\,\vec{j}$

$\vec{s} = -\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$

$\vec{t} = -\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$