Fonction rationnelle

Forme générale

f(x) = $\frac{ax+b}{cx+d}$ avec cx+d ≠ 0

Fonction rationnelle transformée

f(x) = $\frac{a}{b(x-h)}+k$ avec b(x-h) ≠ 0

Transformation

Pour passer de la forme rationnelle transformée à la forme générale, il suffit de mettre l'équation sous le même dénominateur.

Exemple :

f(x) = $\frac{4}{x+7}-6$

f(x) = $\frac{4}{x+7}-6=\frac{4}{x+7}-\frac{6(x+7)}{x+7}=\frac{4-6x-42}{x+7}=\frac{-6x-38}{x+7}$

Pour passer de la forme générale à la forme rationnelle transformée, il suffit de faire la division et de laisser le reste sous forme de fraction.

f(x) = $\frac{2x+4}{x-3}$

➔ 2x+4 | (x-3)

-(2x -6)   2   ➔ f(x) = 2 + $\frac{10}{x-3}$ ➔ f(x) = $\frac{10}{x-3}$ + 2

0+10

Analyse des propriétés

f(x) = $\frac{ax+b}{cx+d}$ avec cx+d ≠ 0

Son domaine est] –∞, -d/c[U]-d/c, +∞[

Son codomaine (image) est] –∞, a/c[U]a/c, +∞[

Elle a un zéro : C'est possible en faisant f(x)=0.

Elle n'a pas de minimum ni de maximum.

Variation : Habituellement, c'est un intervalle qui contient l'asymptote et qui est

pareil à l'intervalle du domaine.
Signe : Cela dépend de l'asymptote et du zéro.

Formule pour trouver les asymptotes :

Forme générale : Asymptotes : x = -d/c   y = a/c

Forme rationnelle transformée: Centre de l'hyperbole C(h,k)

Exemple :

Règle : f(x) = $\frac{x+1}{x+2}$

Asymptote : x = -2, y = 1

Dom f :] –∞, -2[U]-2, +∞[

Ima f:] –∞, 1[U]1, +∞[

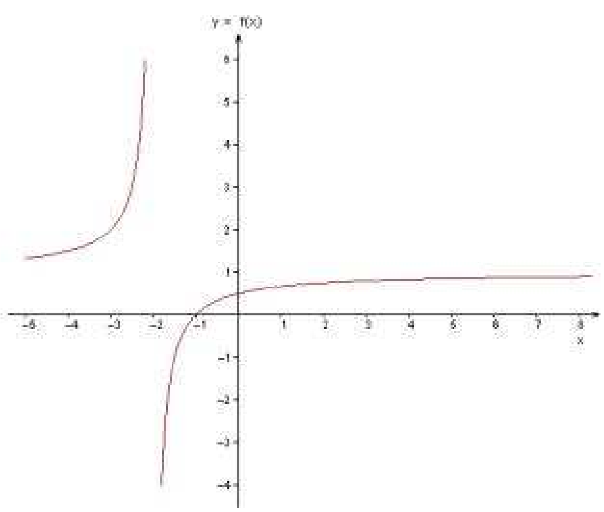
Zéro : -1   car f(x) = 0 ➔ x + 1 = 0 ➔ x = -1

Variation : Croissance sur] –∞, -2[U]-2, +∞[

Signe : positif sur] –∞, -2[U [-1, +∞[

Nulle à x = -1

Négatif sur]-2, -1[



Exemple 1 : Tracer le graphique de la fonction et faites l'analyse des propriétés

Soit f(x) = $\dfrac{2x-6}{x-4}$

Je dois connaître les asymptotes.

x = -d/c ➔ **x = -- 4/1 = 4**

y = a/c ➔ **y = 2/1 = 2**

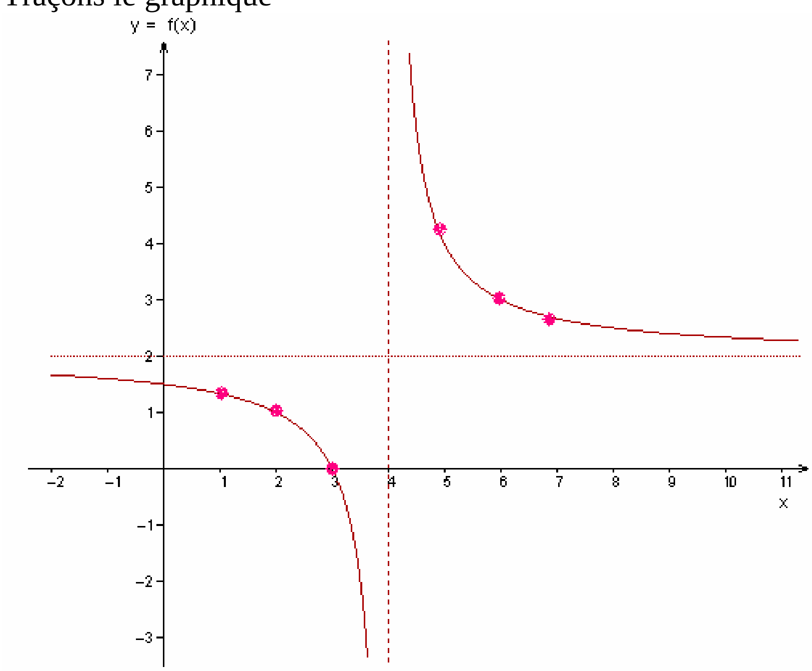
Je dois connaître le zéro pour obtenir une meilleure précision lors du tracer du graphique

f(x) = 0 ➔ $\dfrac{2x-6}{x-4}$ = 0 ➔ 2x – 6 = 0 ➔ 2x = 6 ➔ x = 3

Je dois faire une table des valeurs. En connaissant l'asymptote x=4, il me suffit de trouver trois valeurs avant cette asymptote et trois valeurs après.

x	y
1	4/3
2	1
3	0
5	4
6	3
7	8/3

Traçons le graphique



Propriétés :

Dom f : R \ {x = 4}
Ima f : R \ {y = 2}
Zéro : x = 3
Décroissance : R \ {x = 4}
Signe
f(x) ≥ 0] –∞ , 3] U]4, +∞ [
f(x) < 0]3, 4[

Exemple 2 : Tracer le graphique de la fonction et faites l'analyse des propriétés

Soit f(x) = $\dfrac{4}{x+3} - 2$

Je dois connaître les asymptotes.

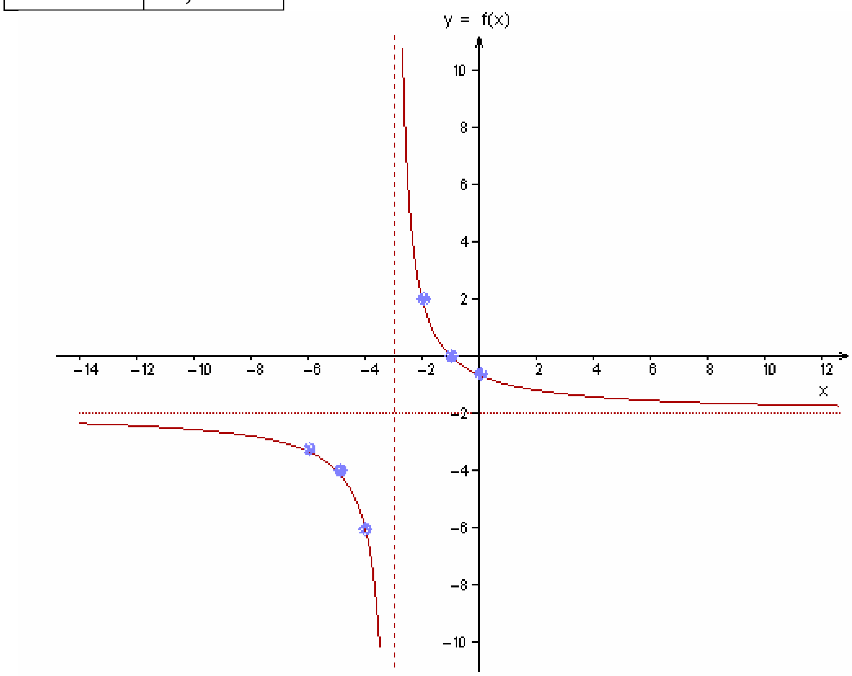
Centre de l'hyperbole C(h, k) ➔ C(-3, -2)

Je dois connaître le zéro pour obtenir une meilleure précision lors du tracer du graphique

f(x) = 0 ➔ $\dfrac{4}{x+3} - 2 = 0$ ➔ $\dfrac{4}{x+3} = 2$ ➔ $\dfrac{4}{x+3} = \dfrac{2(x+3)}{x+3}$ ➔ 4 = 2(x+3)
➔ 2 = x+3 ➔ x = -1

Je dois faire une table des valeurs. En connaissant l'asymptote x = -3, il me suffit de trouver trois valeurs avant cette asymptote et trois valeurs après.

x	y
-6	-3,33
-5	-4
-4	-6
-2	2
-1	0
0	-0,66



Propriétés :

Dom f : R \ {x = -3}
Ima f : R \ {y = -2}
Zéro : x = -1
Décroissance : R \ {x = -3}
Signe
f(x) ≥ 0]-3, -1]
f(x) < 0] −∞ , -3] U]-1, +∞ [