

Combinaison linéaire

Exercices 1

Vous avez le vecteur $\vec{u} = (4, 2)$ et le vecteur $\vec{v} = (2, 3)$

À l'aide de ces deux vecteurs, trouver la combinaison linéaire afin de représenter le vecteur $\vec{w} = (18, 30)$

Exercices 2

Vous avez le vecteur $\vec{u} = (3, -2)$ et le vecteur $\vec{v} = (-2, 5)$

À l'aide de ces deux vecteurs, trouver la combinaison linéaire afin de représenter le vecteur $\vec{w} = (-22, 33)$

Solution exercices 1:

Vous avez le vecteur $\vec{u} = (4, 2)$ et le vecteur $\vec{v} = (2, 3)$

À l'aide de ces deux vecteurs, trouver la combinaison linéaire afin de représenter le vecteur $\vec{w} = (18, 30)$

$$\vec{w} = c\vec{u} + d\vec{v} \quad \text{où } c \text{ et } d \text{ sont des valeurs rationnelles.}$$

Étapes

1. Composante : $(18, 30) = c(4, 2) + d(2, 3)$
2. Distributivité : $(18, 30) = (4c, 2c) + (2d, 3d)$
3. Système d'équation : $18 = 4c + 2d$
 $30 = 2c + 3d$
4. Résoudre
 $18 = 4c + 2d$
 $30 = 2c + 3d \text{ (x-2) (éliminons la variable } c)$

$$\begin{array}{r} 18 = 4c + 2d \\ -60 = -4c - 6d \\ \hline -42 = -4d \\ d = 10,5 \\ 18 = 4c + 2d \rightarrow 18 = 4c + 2(10,5) \rightarrow 18 = 4c + 21 \rightarrow -3 = 4c \rightarrow c = -3/4 \text{ ou } -0,75 \end{array}$$

Réponse : La combinaison linéaire est $\vec{w} = -0,75\vec{u} + 10,5\vec{v}$

Solution exercices 2:

Vous avez le vecteur $\vec{u} = (3, -2)$ et le vecteur $\vec{v} = (-2, 5)$

À l'aide de ces deux vecteurs, trouver la combinaison linéaire afin de représenter le vecteur $\vec{w} = (-22, 33)$

$$\vec{w} = c\vec{u} + d\vec{v} \quad \text{où } c \text{ et } d \text{ sont des valeurs rationnelles.}$$

Étapes

1. Composante : $(-22, 33) = c(3, -2) + d(-2, 5)$
2. Distributivité : $(-22, 33) = (3c, -2c) + (-2d, 5d)$
3. Système d'équation : $-20 = 3c - 2d$
 $33 = -2c + 5d$
4. $-22 = 3c - 2d \text{ (x2) (éliminons la variable } c)$
 $33 = -2c + 5d \text{ (x3)}$

$$\begin{array}{r} -44 = 6c - 4d \\ 99 = -6c + 15d \\ \hline 55 = 11d \\ d = 5 \\ -22 = 3c - 2d \rightarrow -22 = 3c - 2(5) \rightarrow -22 = 3c - 10 \rightarrow -12 = 3c \rightarrow c = -4 \end{array}$$

Réponse : La combinaison linéaire est $\vec{w} = -4\vec{u} + 5\vec{v}$