

Résoudre les équations suivantes :

1. $\log_4 5 + \log_4(x+2) = 3$

2. $\log_2 x + 2\log_2 4 = 3$

3. $2\log_3 4 + \log_3(x-2) = 4$

4. $2\log_4 5 - \log_4(x-4) = 2$

5. $\log_6 2x + \log_6(x+2) = 1$

Lois des logarithmes	
1- Loi du logarithme d'un produit	
$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$	MÊME BASE
2- Loi du logarithme d'un quotient	
$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$	MÊME BASE
3- Loi du logarithme d'une puissance	
$\log_c m^n = n \log_c m$	
4- Loi de changement de base	$\log_c x = \frac{\log x}{\log c}$

Solutionnaire

Résoudre les équations suivantes :

1. $\log_4 5 + \log_4(x+2) = 3$

Première loi

$$\log_4 5(x+2) = 3$$

Exponentielle

$$4^3 = 5(x+2)$$

$$64 = 5x + 10$$

$$5x = 54$$

$$x = 54/5$$

Restriction :

L'argument du log doit être plus grand que 0.

$$x + 2 > 0$$

$$x > -2$$

Donc $x = 54/5$ est bon.

Lois des logarithmes

1- Loi du logarithme d'un produit

$$\text{Log}_c MN = \text{Log}_c M + \text{Log}_c N$$

2- Loi du logarithme d'un quotient

$$\text{Log}_c M/N = \text{Log}_c M - \text{Log}_c N$$

3- Loi du logarithme d'une puissance

$$\log_c m^n = n \log_c m$$

4- Loi de changement de base $\log_c x = \frac{\log x}{\log c}$

2. $\log_2 x + 2\log_2 4 = 3$

Troisième loi

$$\log_2 x + \log_2 4^2 = 3$$

$$\log_2 x + \log_2 16 = 3$$

Première loi

$$\log_2 16x = 3$$

Exponentielle

$$2^3 = 16x$$

$$16x = 8$$

$$x = 1/2$$

Restriction :

L'argument du log doit être plus grand que 0.

$$x > 0$$

Donc $x = 1/2$ est bon.

3. $2\log_3 4 + \log_3(x-2) = 4$

Troisième loi

$$\log_3 4^2 + \log_3(x-2) = 4$$

$$\log_3 16 + \log_3(x-2) = 4$$

Première loi

$$\log_3 16(x-2) = 4$$

Exponentielle

$$3^4 = 16(x-2)$$

$$81 = 16x - 32$$

$$113 = 16x$$

$$x = 113/16$$

Restriction :

L'argument du log doit être plus grand que 0.

$$x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

Donc $x = 113/16$ est bon.

4. $2\log_4 5 - \log_4(x-4) = 2$

Troisième loi

$$\log_4 5^2 - \log_4(x-4) = 2$$

$$\log_4 25 - \log_4(x-4) = 2$$

Deuxième loi

$$\log_4 \frac{25}{x-4} = 2$$

Exponentielle

$$4^2 = \frac{25}{x-4}$$

$$16(x-4) = 25$$

$$16x - 64 = 25$$

$$16x = 89$$

$$x = 89/16$$

Restriction :

L'argument du log doit être plus grand que 0.

$$x - 4 > 0$$

$$x > 4$$

Donc $x = 89/16$ est bon, car $89/16 = 5,5625$

$$5. \log_6 2x + \log_6(x+2) = 1$$

Première loi

$$\log_6 2x(x+2) = 1$$

Exponentielle

$$6^1 = 2x(x+2)$$

$$6 = 2x^2 + 4x$$

$$0 = 2x^2 + 4x - 6$$

Factorisation

$2x^2 + 4x - 6 = 0 \rightarrow$ Recherchons les zéros avec la factorisation ou la formule quadratique.

$2x^2 + 6x - 2x - 6 = 0 \rightarrow$ car $P = 2(-6) = -12$ Les facteurs sont 6 et -2 pour que la somme donne 4

$$2x(x+3) - 2(x+3) = 0$$

$$(x+3)(2x-2) = 0$$

Soit

$$x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$2x-2=0 \rightarrow x=1$$

Restriction :

L'argument du log doit être plus grand que 0.

$$x+2 > 0$$

$$x > -2$$

Donc $x = -3$ est à rejeter

$x = 1$ est la bonne réponse.