

Identités trigonométriques

Démonstration d'identité trigonométrique

Il suffit de transformer le membre de gauche de l'égalité pour obtenir l'équivalent du membre de droite. Il est aussi possible de développer les deux côtés en même temps. L'objectif est d'arriver à deux expressions identiques de chaque côté.

Exemple 1 :

$$\tan^2 t - \sin^2 t = \sin^2 t \tan^2 t$$

$$\tan^2 t - \sin^2 t = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} - \sin^2 t = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} - \frac{\sin^2 t \cos^2 t}{\cos^2 t} = \frac{\sin^2 t (1 - \cos^2 t)}{\cos^2 t} = \frac{\sin^2 t \sin^2 t}{\cos^2 t} = \tan^2 t \sin^2 t$$

Exemple 2 :

$$\cot^2 t - \operatorname{cosec}^2 t = -1$$

$$\cot^2 t - \operatorname{cosec}^2 t = \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} - \frac{1}{\sin^2 t} = \frac{\cos^2 t - 1}{\sin^2 t} = \frac{-\sin^2 t}{\sin^2 t} = -1$$

Exemple 3 :

$$\sec^2 t + \operatorname{cosec}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t \sin^2 t}$$

$$\sec^2 t + \operatorname{cosec}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t} + \frac{1}{\sin^2 t} = \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} + \frac{\cos^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} = \frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\cos^2 t \sin^2 t} = \frac{1}{\cos^2 t \sin^2 t}$$

Exemple 4 :

$$\sec t - \cos t = \tan t \sin t$$

$$\sec t - \cos t = \frac{1}{\cos t} - \cos t = \frac{(1 - \cos^2 t)}{\cos t} = \frac{\sin^2 t}{\cos t} = \frac{\sin t \sin t}{\cos t} = \tan t \sin t$$

Exemple 5 :

$$\tan^2 t + \sec^2 t = 2\sec^2 t - 1$$

$$\text{Rappel : } 1 + \tan^2 t = \sec^2 t \rightarrow \tan^2 t = \sec^2 t - 1$$

$$\tan^2 t + \sec^2 t = \sec^2 t - 1 + \sec^2 t = 2\sec^2 t - 1$$