Définition:

Le cercle trigonométrique est centré à l'origine du plan cartésien et son rayon est égal à 1.

Équation:

L'équation du cercle trigonométrique: $x^2 + y^2 = 1$

Point trigonométrique:

C'est un point $P(t) = (x, y)$ situé sur le cercle trigonométrique et qui vérifie l'équation

$x^2 + y^2 = 1$.

Si t est positif, le point $P(t)$ sera situé sur le cercle en se déplaçant dans le sens anti-horaire à partir du point (1,0). Le déplacement jusqu'au point $P(t)$ sera la mesure de l'arc de longueur t.

Le point $P(0)$ est situé à la coordonnée (1, 0) du cercle trigonométrique.

t: angle en radian ou longueur d'un arc.

Exemple:

Déterminer si ces points sont situés sur le cercle trigonométrique

1- (1/4, 3/4)

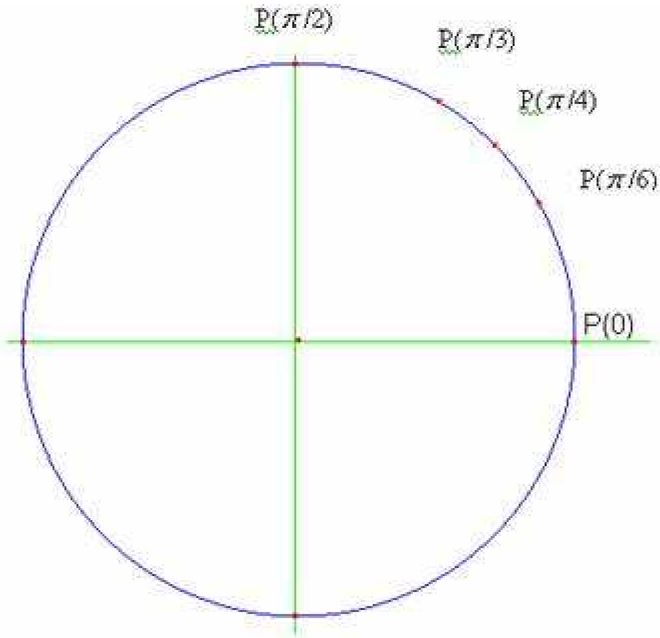
2- (4/3, 3/4)

Solution:

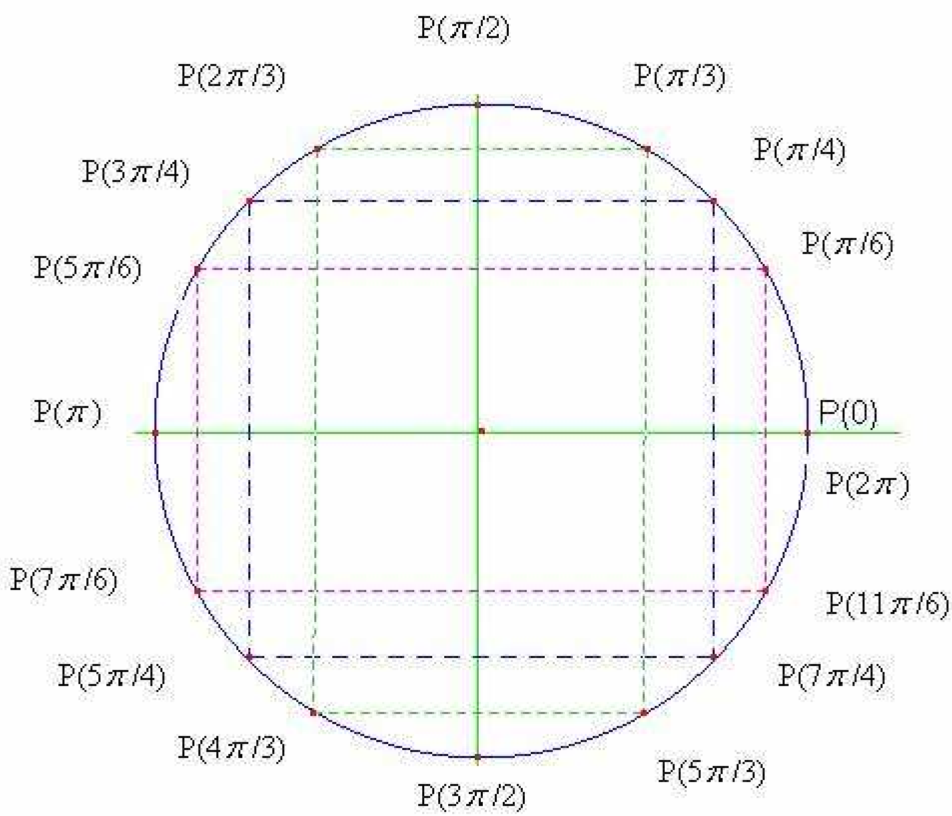
1- Non car avec la formule $x^2 + y^2 = 1$, $(1/4)^2 + (3/4)^2 \neq 1$

2- Non car $4/3 \geq 1$

Les points remarquables dans le premier quadrant



Le cercle trigonométrique



Un tour complet vaut 2π. Chaque quart de tour vaut $\pi/2$.

Pour trouver les points sur le cercle, il suffit d'utiliser la formule

K* $\pi/2$, pour tout K élément des entiers.

Exemple avec $\pi/2$:

pour K=1 on a $\pi/2$

pour K=2 on a 2* $\pi/2 = \pi$

pour K=3, on a 3* $\pi/2$

pour K=4, on a 4* $\pi/2 = 2\pi$

Utiliser la formule K* $\pi/4$, pour tout K élément des entiers.

Exemple avec $\pi/4$:

pour K=1 on a $\pi/4$

pour K=2 on a 2* $\pi/4 = \pi/2$

pour K=3, on a 3* $\pi/4$

pour K=4, on a 4* $\pi/4 = \pi$

etc.

Utiliser la formule K* $\pi/6$, pour tout K élément des entiers.

Exemple avec $\pi/6$:

pour K=1 on a $\pi/6$

pour K=2 on a 2* $\pi/6 = \pi/3$

pour K=3, on a 3* $\pi/6 = \pi/2$

pour K=4, on a 4* $\pi/6 = 2\pi/3$

etc.

Comparer les exemples ci-dessus avec le cercle trigonométrique.

Remarque: Pour le point P(t), on obtient le même point trigonométrique en ajoutant ou en soustrayant des multiples de 2π à la valeur de t.

Exemple:

$P(\pi/3) = P(-5\pi/3)$ car $-2\pi + \pi/3 = -5\pi/3$ et cela correspond au même point.

$P(-7\pi/4) = P(\pi/4)$ car $2\pi - 7\pi/4 = \pi/4$ et cela correspond au même point.

$P(\pi/4) = P(9\pi/4)$ car $2\pi + \pi/4 = 9\pi/4$ et cela correspond au même point.

De façon générale, $P(t + 2\pi*n) = P(t)$, si n est un entier.

Exemple:

$P(9\pi/4) = P(2\pi + \pi/4) = P(\pi/4)$

$P(23\pi/2) = P(20\pi/2 + 3\pi/2) = P(10\pi + 3\pi/2) = P(3\pi/2)$ car 10π = 5 tours complet

$P(25\pi/4) = P(24\pi/4 + \pi/4) = P(6\pi + \pi/4) = P(\pi/4)$

$P(41\pi/6) = P(36\pi/6 + 5\pi/6) = P(6\pi + 5\pi/6) = P(5\pi/6)$

$P(-13\pi/4) = P(-2\pi - 5\pi/4) = P(-5\pi/4)$

Exercice:

Dans quel quadrant se situe

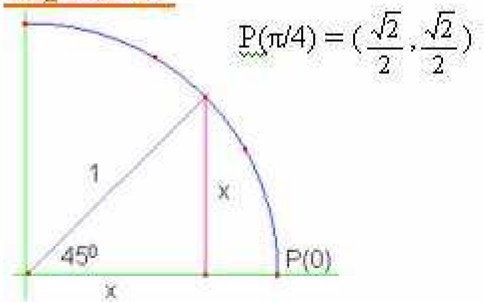
1. $P(3)$
2. $P(11\pi/18)$
3. $P(3\pi/5)$
4. $P(11\pi/10)$

Solution:

1. P(3) = P(171°) => alors il se situe 2ième quadrant
2. P(11∏/18) > P(∏/2) alors il se situe dans le 2ième quadrant
3. P(3∏/5) > P(∏/2) alors il se situe dans le 2ième quadrant
4. P(11∏/10) > P(∏) alors il se situe dans le 3ième quadrant

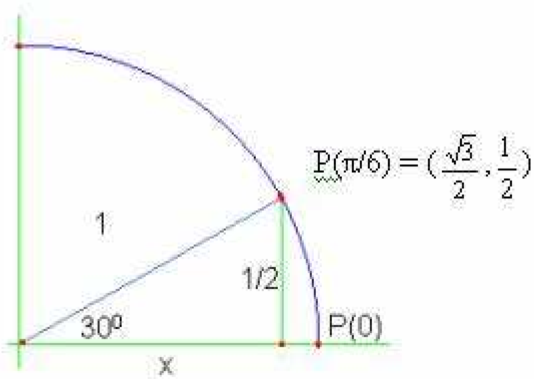
Les coordonnées des points trigonométriques

Angle de 45°



Avec Pythagore, $x^2 + x^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Angle de 30°

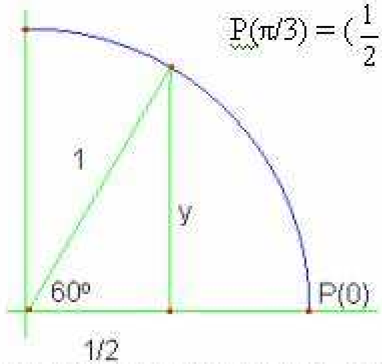


Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse. Cherchons la valeur de x.

Avec Pythagore, $x^2 + (1/2)^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 - 1/4 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Angle de 60°

$P(\pi/3) = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$



Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse. Cherchons la valeur de y.

Avec Pythagore, $y^2 + (1/2)^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - 1/4 \Rightarrow y^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

… et voici le cercle trigonométrique avec les points trigonométriques et les coordonnées de chacun des points.