Formules importantes pour la fonction quadratique

Avec la forme générale

$f(x) = ax^2 + bx + c$

1- Orientation de la parabole

Si $a > 0$, la parabole sera ouverte vers le haut

Si $a < 0$, la parabole sera ouverte vers le bas

2- Pour trouver les zéros, il existe deux façons

Important: L'équation doit toujours être égale à zéro avant d'appliquer la formule.

1. Par la factorisation (différence de carrée, trinôme carré parfait, etc.)
2. À l'aide de la formule quadratique

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $b^2 - 4ac > 0$, il y a 2 zéros distincts

Si $b^2 - 4ac = 0$, il y a 1 zéro (double zéro)

Si $b^2 - 4ac < 0$, il n'y a aucun zéro

3- Coordonnée importante

Sommet de la parabole $= (h, k) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

Exemple:

Soit le polynôme $f(x) = x^2 - 3x - 4$

1- Pour l'orientation de la parabole, elle sera ouverte vers le haut car le paramètre a=1 est positif.

2- Pour trouver les zéros, il suffit de mettre le polynôme égal à 0.

$x^2 - 3x - 4 = 0$

a) On peut factoriser et cela donnera $(x+1)(x-4) = 0$

Donc $x=-1$ et $x=4$

b) où à l'aide de la formule quadratique, cela donnera

$$x = \frac{--3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4*1*(-4)}}{2*1} \implies \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \implies \frac{3 \pm 5}{2} \implies \frac{8}{2} \text{ et } \frac{-2}{2}$$

Donc, $x = -1$ et $x = 4$

3- Le sommet de la parabole est (3/2, -25/4)

Avec la forme canonique

$f(x) = a(x - h)^2 + k.$

1- Orientation de la parabole

Si $a > 0$, la parabole sera ouverte vers le haut

Si $a < 0$, la parabole sera ouverte vers le bas

2- Formule pour trouver les paramètres h et k à partir de la forme générale

$$h = \frac{-b}{2a}$$

k = $\frac{4ac - b^2}{4a}$ **ou** k = f(h)

3- Pour trouver les zéros, on utilise la formule suivante :

Important: L'équation doit toujours être égale à zéro avant d'appliquer la formule.

X = $h \pm \sqrt{\frac{-k}{a}}$

Si $\frac{-k}{a}$ > 0, il y a 2 zéros distincts

Si $\frac{-k}{a}$ = 0, il y a 1 zéro (double zéro)

Si $\frac{-k}{a}$ < 0, il n'y a aucun zéro

4- Coordonnée importante

Sommet de la parabole = (h, k)

Exemple 1:

Soit le polynôme $f(x) = -2(x-3)^2 + 8$

1- Pour l'orientation de la parabole, elle sera ouverte vers le bas car le paramètre a=-3 est négatif.

2- Le paramètre h=3 et le paramètre k=8

3- Pour trouver les zéros, il suffit d'appliquer la formule x = $h \pm \sqrt{\frac{-k}{a}}$

$3 \pm \sqrt{\frac{-8}{-2}}$ ==> $3 \pm \sqrt{4}$ ==> 3 ± 2 ==> 5 et 1

donc x = 1 et x = 5

4- Le sommet est (3,8)

Exemple 2:

Soit le polynôme $f(x) = 2(x+5)^2 - 18$

1- Pour l'orientation de la parabole, elle sera ouverte vers le haut car le paramètre a=2 est positif.

2- Le paramètre h = -5 et le paramètre k = -18. Faites attention au signe du paramètre h.

Dans l'équation $f(x) = a(x - h)^2 + k$, le h est positif!

3- Pour trouver les zéros, il suffit d'appliquer la formule $X = h \pm \sqrt{\frac{-k}{a}}$

$-5 \pm \sqrt{\frac{--18}{2}}$ ==> $-5 \pm \sqrt{9}$ ==> -5 ± 3 ==> -2 et -8

donc x = -2 et x = -8

4- Le sommet est (-5,-18)

Les propriétés d'une fonction quadratique

Propriétés	Forme générale	Forme canonique
Formule	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a(x - h)^2 + k$.
Domaine f	R	R
Image f	Si a > 0 $\left[\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty\right[$ Si a < 0 $\left]-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a}\right]$	Si a > 0 $[k, +\infty[$ Si a < 0 $]-\infty, k]$
Axe de symétrie	$x = \frac{-b}{2a}$	x = h

Sommet	$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$	(h,k)
Maximum (si a <0) et minimum (si a > 0) de f	$\frac{4ac-b^2}{4a}$	k
Zéros x_1 et x_2	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$h \pm \sqrt{\frac{-k}{a}}$
Ordonnée à l'origine	c	Mettre X=0
Variations	si a > 0 décroissante sur]$-\infty$, $\frac{-b}{2a}$] et croissante sur [$\frac{-b}{2a}$,+∞[Si a<0 croissante sur]$-\infty$, $\frac{-b}{2a}$] et décroissante sur [$\frac{-b}{2a}$,+∞[	si a > 0 décroissante sur]$-\infty$, h] et croissante sur [h,+∞[Si a<0 croissante sur]$-\infty$, h] et décroissante sur [h,+∞[
Signe	Intervalle en fonction du signe du paramètre a et des zéros x_1 et x_2	Intervalle en fonction du signe du paramètre a et des zéros x_1 et x_2

<u>Influence des paramètres a, b, h, k</u>

Paramètre a

si a > 1 Étirement vertical

0 < a < 1 Rétrécissement vertical

a < 0 Réflexion sur l'axe des X

Paramètre b

si b > 0 Translation oblique dans ce sens /

si b < 0 translation oblique dans ce sens \

Paramètre h

si h > 0 Translation vers la droite de h unités

si h < 0 Translation vers la gauche de h unités

Paramètre k

si k > 0 Translation vers le haut de k unités

si k < 0 Translation vers le bas de k unités

Transformation

1. Transformation d'une règle de la forme canonique à la forme générale.

$f(x) = -2(x-3)^2 + 8$ Voici la forme canonique

$f(x) = -2(x^2 - 6x +9) + 8$

$f(x) = -2x^2 + 12x -18 + 8$

$f(x) = -2x^2 + 12x -10$ Voici la forme générale

2. Transformation d'une règle de la forme générale à la forme canonique.

$f(x) = 3x^2 + 12x + 15$ Voici la forme générale

La forme canonique est représenté comme ceci: $f(x) = a(x – h)^2 + k$.

La valeur de a est la même pour la forme générale et la forme canonique.

Il reste à trouver les paramètres h et k.

$a = 3$

$h = \frac{-b}{2a}$ = -12/6 = -2

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ = (180-144)/12 = 36/12 = 3

Donc, on remplace les paramètres a, h et k par les valeurs trouvées.

$f(x) = 3(x+2)^2 + 3$ Voici la forme canonique

<u>Combinaisons de fonctions</u>

Pour faire une combinaison de fonction, il suffit d'exécuter l'opérateur demandé.

Supposons

$f(x) = 3x^2 + 12x + 15$ $g(x) = 14x + 5$ $h(x) = 2$

f + g = $(3x^2 + 12x + 15) + (14x + 5) = 3x^2 + 26x + 20$

f - h = $(3x^2 + 12x + 15) - (2) = 3x^2 + 12x + 13$

g * h = $(14x + 5) * (2) = 28x + 10$

f - g = $(3x^2 + 12x + 15) - (14x + 5) = 3x^2 + 12x + 15 - 14x - 5 = 3x^2 -2x + 10$