

Exponentielles

Loi des exposants

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$

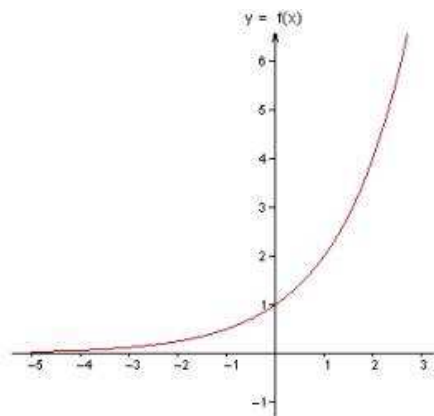
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Fonction de base

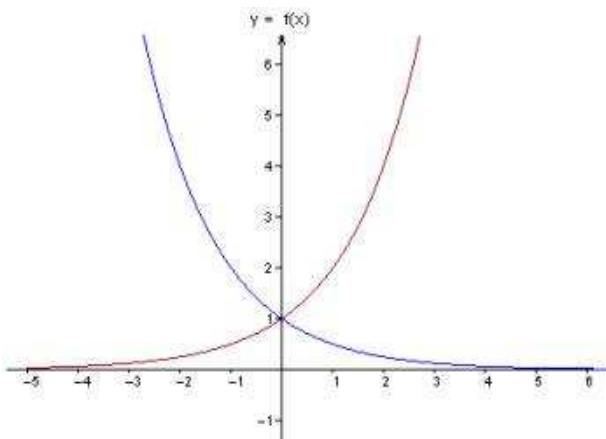
$\forall c > 0$ et $c \neq 1$, la règle est $f(x) = a(c)^x$

Où a est la valeur initiale, c est appelé la base et x est appelé l'exposant. La courbe passera toujours au point $(0, a)$ et l'asymptote sera égale à $y=0$.

Exemple avec $f(x) = 2^x$



De plus, si $c > 1$, la fonction sera croissante (courbe brune). Si $0 < c < 1$, la fonction sera décroissante (courbe bleue).



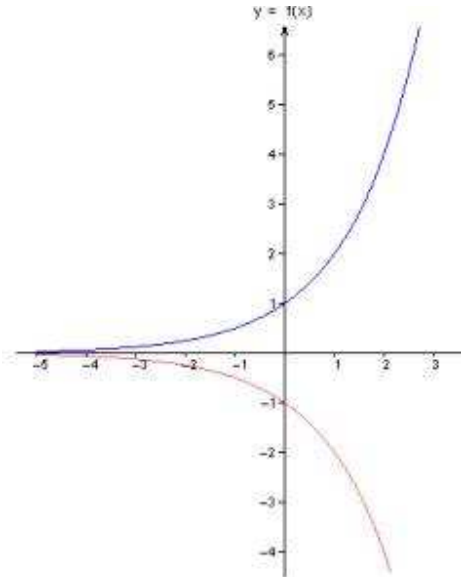
Exponentielle pour le CST

Influence des paramètres

Influence du signe sur le paramètres a

a positif (courbe bleue)

a négatif ==> réflexion par rapport à l'axe des x (courbe rouge)



Propriétés de la fonction exponentielle

Domaine: \mathbb{R}

image: si $a < 0$ $]-\infty, 0[$

si $a > 0$ $]0, +\infty[$

Zéro: Il y en a aucun

Extremum: Aucun

Signe: Relatif à l'existence des zéros

Variations: Croissante ou décroissante

Réciproque: C'est une fonction logarithmique

Exponentielle pour le CST

Formules pratiques

Lorsque l'on parle d'augmentation ou de diminution en terme de pourcentage, les formules utilisées sont les suivantes:

Si on parle d'un événement qui se produit une fois par année

$f(x) = a(1+i)^x$ où a est la valeur initial, i est le pourcentage, la base $(1+i)$ est l'augmentation et x est le nombre d'année.

$f(x) = a(1-i)^x$ où a est la valeur initial, i est le pourcentage, la base $(1-i)$ est la diminution et x est le nombre d'année.

Commentaire:

Les problèmes peuvent variés ainsi, au lieu d'utiliser les années, on peut utiliser les heures, les jours, les mois.

Exemple 1:

On investit 1000\$ à un taux d'intérêt $i = 10\%$ par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1+i)^x$. Alors $f(x) = 1000(1,10)^x$

Dans 8 ans, le montant investit aura comme valeur: $f(8) = 1000(1,10)^8 = 2143,59\$$

Exemple 2:

Une population de 14500 habitants en 2005 diminue de $i = 3\%$ par année.

On utilise la formule $f(x) = a(1-i)^x$. Alors $f(x) = 14500(1 - 0,03)^x = 14500(0,97)^x$

Dans 6 ans, la population sera de: $f(6) = 14500(0,97)^6 = 12078,09 \Rightarrow 12079$ habitants

Exponentielle pour le CST

Règle d'une fonction exponentielle

Comment trouver la règle d'une fonction exponentielle.

$$f(x) = a(c)^x$$

a = Valeur initiale

c = le facteur multiplicatif

Exemple: Au début d'une expérience, il y avait 15 bactéries. Depuis, l'augmentation des bactéries doubles toutes les heures.

$$a = 15$$

$$c = 2 \text{ (double)}$$

x: le nombre d'heures

y: le nombre de bactéries

$$f(x) = 15 \cdot 2^x$$

Validation: si x=1 heures, $f(1) = 15 \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$. Donc, dans 1 heure, le nombre de bactéries aura bel et bien doublé.