Définition

Homothétie: C'est un agrandissement ou une réduction d'une figure selon un rapport donné.

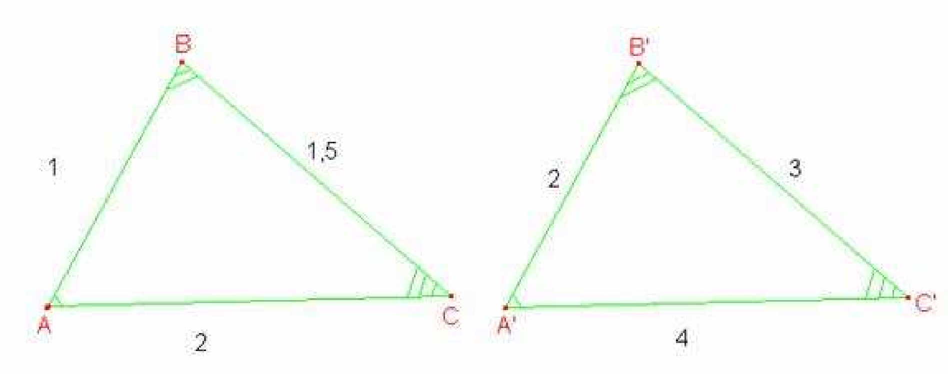
Homologue: Dans le contexte présent, cela fait référence aux mêmes segments et aux mêmes angles entre deux triangles.

Figures semblables

Deux figures sont semblables si:

1. elles conservent la même forme
2. les angles homologues sont congrus
3. les côtés homologues sont proportionnels

Exemple:



Les angles sont congrus

L'angle A est congru à l'angle A'

L'angle B est congru à l'angle B'

L'angle C est congru à l'angle C'

Les côtés homologues sont proportionnels

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{3}{1,5} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{A'C'}{AC} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

Le rapport doit être le même pour tous les côtés.

Similitude

Une similitude est une transformation du plan qui associe des figures semblables.

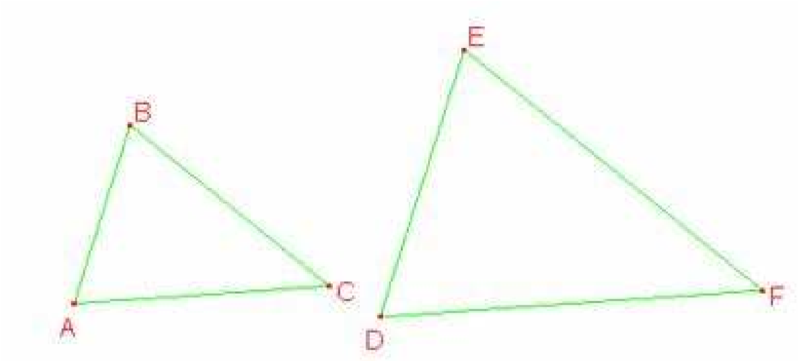
Cette transformation du plan est soit:

- Une homothétie ou une composée d'homothéties (h o h)
- Une isométrie ou une composée d'isométries (r o t)
- Une composée d'isométries et d'homothéties (r o h, h o s o t)

Généralité

Si deux triangles sont semblables, alors il existe trois paires d'angles homologues isométriques et trois paires de côtés homologues proportionnels.

Supposons les deux triangles suivant:



L'angle A est congru à l'angle D

L'angle B est congru à l'angle E

L'angle C est congru à l'angle F

Les trois mesures de côté sont proportionnelles

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

On pourrait même faire le lien avec le rapport de similitude (vue en troisième secondaire):

$$K = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

Par contre, il n'est pas nécessaire de vérifier les trois paires d'angles homologues isométriques et trois paires de côtés homologues proportionnels pour prouver que les deux triangles sont semblables. Il est suffisant de vérifier trois paires d'éléments, mais à certaines conditions. C'est ce que l'on appelle les trois cas de similitude.

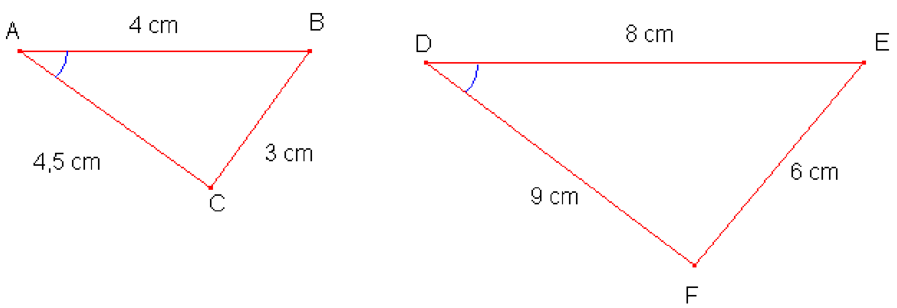
<u>Cas de similitude</u>

1er cas

Deux triangles qui ont un angle congru compris entre des côtés homologues proportionnels sont semblables

C'est le cas **C-A-C**

Par exemple:



Les côtés sont proportionnels: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

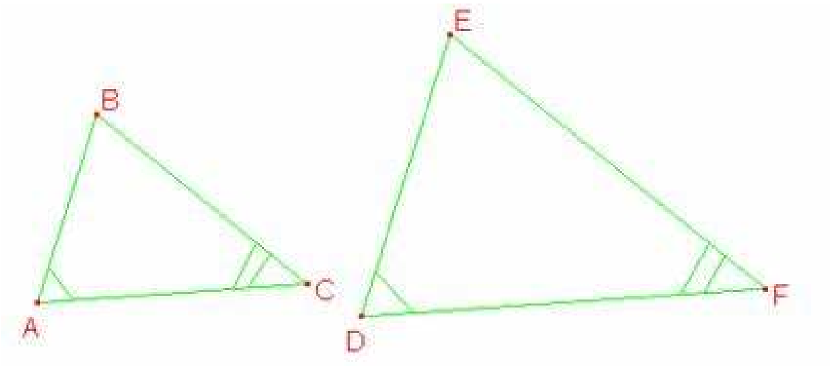
L'angle A est congru à l'angle D.

2ème cas

Deux triangles qui ont deux angles homologues congrus sont semblables.

C'est le cas **A-A**

Par exemple:



L'angle A est congru à l'angle D.

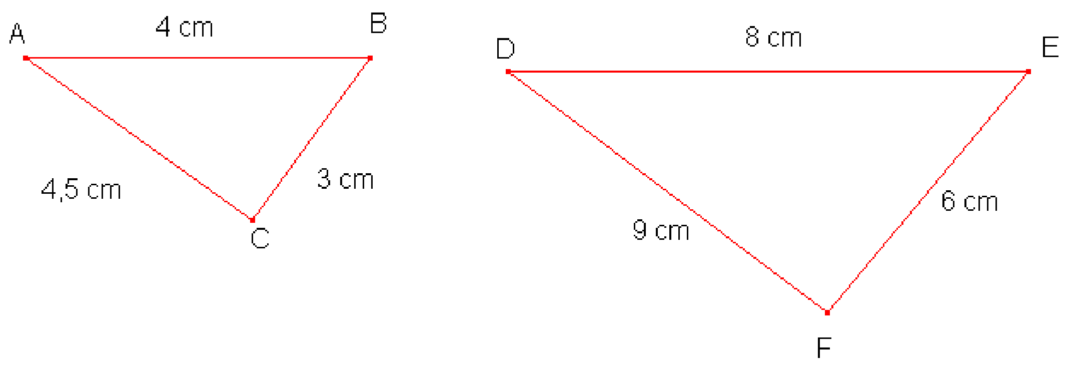
L'angle C est congru à l'angle F.

$3^{ème}$ cas

Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

C'est le cas **C-C-C**

Par exemple:



$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

Cela donne toujours un rapport de ½. Évidemment, on pourrait inverser les rapports :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC}$$

Cela donne toujours un rapport de 2. C’est vous qui décidez!