

Espérance mathématique :

Définition : de façon générale, l'espérance mathématique correspond à la moyenne des valeurs numériques pondérées avec la probabilité que ce réalise chacune de ces valeurs.

Formule : $E = p_1xr_1 + p_2xr_2 + p_3xr_3 + \dots + p_nxr_n$

Où $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ correspond à la probabilité que les événements 1,2,3,...,n se réalisent

Où $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ correspond à la valeur numériques des événements 1,2,3,...,n

Exemple :

Un élève estime qu'il aura une note de 67% pour la compétence disciplinaire 1, 58% pour la compétence disciplinaire 2 et 61% pour la compétence disciplinaire 3. Il veut connaître l'espérance mathématique de son résultat final.

$$E = 0,3 \times 0,67 + 0,45 \times 0,58 + 0,25 \times 0,61$$

$$E = 0,6145$$

Il aura comme note finale 61%.

Espérance de gain :

Formule :

Espérance de gain = (probabilité de gagner) x (montant du gain) + (probabilité de perdre) x (montant de la perte)

Habituellement, la probabilité de perdre est l'événement complémentaire de la probabilité de gagner et vice versa.

Ainsi,

$$(\text{probabilité de gagner}) = 1 - (\text{probabilité de perdre})$$

Ou

$$(\text{probabilité de perdre}) = 1 - (\text{probabilité de gagner})$$

Exemple :

Un individu joue à un nouveau jeu qui consiste à gagner 50\$ si on tire un AS d'un jeu de carte. L'espérance de gain pour une mise de 10\$ sera la suivante :

$$\text{Probabilité de gagner} = \frac{4}{52} = \frac{1}{17}$$

$$\text{Probabilité de perdre} = 1 - \frac{1}{17} = \frac{16}{17}$$

On peut transformer en décimale

$$\text{Probabilité de gagner} = \frac{1}{17} = 0,0588$$

$$\text{Probabilité de perdre} = \frac{16}{17} = 0,9412$$

$$E = 0,0588 \times 50 + 0,9412 \times (-10) = -6,47 \$$$

Ainsi, il a plus de chance de perdre avec une espérance de gain de -6,42\$.
Recommandation : il ne devrait pas jouer à ce jeu.

Équité :

Définition : si l'espérance mathématique est supérieure à 0, cela avantage le participant, à l'inverse, si l'espérance mathématique est inférieure à 0, cela est à son désavantage.

Recommandation :

Si $E > 0$, il devrait participer à cet événement.

Si $E < 0$, il ne devrait pas participer à cet événement.

Par contre, lorsque nous obtenons $E = 0$, cela signifie que l'événement est **équitable**.

Exemple :

Un individu joue à un nouveau jeu qui consiste à gagner 30\$ si on tire un « cœur » d'un jeu de carte. L'espérance de gain pour une mise de 10\$ sera la suivante :

Probabilité de gagner = $13/52 = 1/4$

Probabilité de perdre = $1 - 1/4 = 3/4$

On peut transformer en décimale

Probabilité de gagner = $1/4 = 0,25$

Probabilité de perdre = $3/4 = 0,75$

$$E = 0,25 \times 30 + 0,75 \times (-10) = 0 \$$$

Ce jeu est équitable. Après plusieurs tentatives, il n'aura pas gagné, ni perdu d'argent. Recommandation : il peut jouer sans espoir d'accumuler un gros gain.