

Rappel : $5*5*5*...*5 = 5^n$

On multiplie le nombre 5 « n » fois

$2 \times 2 = 2^2$
$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

Rappel : $a^m \rightarrow$ a se nomme la base et m se nomme l'exposant

Première propriété: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Exemples:

- $5^4 \cdot 5^5 = 5^{4+5} = 5^9$
- $8^7 \cdot 8^{-2} = 8^{7+(-2)} = 8^5$

Démonstration :

Lorsque l'on additionne des nombres identiques, c'est comme multiplier ce chiffre par le nombre de fois qu'on l'additionne.

$$5+5 = 2*5$$

$$5+5+5 = 3*5$$

$$5+5+5+5 = 4*5$$

Pour la multiplication des nombres identiques, l'exposant correspond au nombre de fois qu'on le multiplie.

$$5*5 = 5^2$$

$$5*5*5 = 5^3$$

$$5*5*5*5 = 5^4$$

Alors si on multiplie

$$5^2 * 5^4 = 5*5*5*5*5*5 = 5^6$$

On additionne tout simplement les exposants et la base ne change pas autrement dit :

$$5^2 * 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$$

Donc, on remarque que l'addition et la multiplication travail ensemble.

Deuxième propriété: $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Exemples:

- $5^8 \div 5^4 = 5^{8-4} = 5^4$
- $8^4 \div 8^{-2} = 8^{4-(-2)} = 8^{4+2} = 8^6$

Démonstration :

$$5^8 \div 5^4 = \frac{5*5*5*5*5*5*5*5}{5*5*5*5} = 5^4$$

Donc, on remarque que **la soustraction et la division travail ensemble**

Troisième propriété: $(a^m)^n = a^{mn}$ (on multiplie les deux exposants)

Exemples:

- $(5^8)^3 = 5^{8*3} = 5^{24}$
- $(3^4)^2 = 3^{4*2} = 3^8$

Démonstration :

N'oubliez pas la priorité des opérateurs. On traite la parenthèse en premier.

$$(5^8)^3 = (5^8) \times (5^8) \times (5^8) = 5^{8+8+8} \text{ Selon la première propriété}$$

On multiplie 3 fois

$$= 5^{24}$$

Quatrième propriété: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Exemples:

- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

Démonstration :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Cinquième propriété: $b^{-m} = \left(\frac{1}{b}\right)^m$

Définition : avec un exposant négatif, on inverse la base et on met un signe positif à l'exposant.

Tous les nombres peuvent s'écrire sous forme de fraction

$$b = \frac{b}{1} \quad 4 = \frac{4}{1} \quad 2,5 = \frac{2,5}{1}$$

Exemples:

- $5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1^3}{5^3}\right) = \left(\frac{1}{5^3}\right) = \left(\frac{1}{125}\right)$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

Démonstration :

On sait que $5^2 \div 5^5 = 5^{-3}$

$$5^2 \div 5^5 = \frac{5^2}{5^5} = \frac{5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3} \quad \text{Donc } 5^2 \div 5^5 = 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$