Rappel : $5*5*5*....*5 = 5^n$

$2 \times 2 = 2^2$
$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

On multiplie le nombre 5 « n » fois

Rappel : a^m ➔ a se nomme la base et m se nomme l'exposant

Première propriété: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Exemples:

- $5^4 \cdot 5^5 = 5^{4+5} = 5^9$
- $8^7 \cdot 8^{-2} = 8^{7+(-2)} = 8^5$

Démonstration :

Lorsque l'on additionne des nombres identiques, c'est comme multiplier ce chiffre par le nombre de fois qu'on l'additionne.

$5+5 = 2*5$

$5+5+5= 3*5$

$5+5+5+5= 4*5$

Pour la multiplication des nombres identiques, l'exposant correspond au nombre de fois qu'on le multiplie.

$5*5 = 5^2$

$5*5*5 = 5^3$

$5*5*5*5 = 5^4$

Alors si on multiplie

$5^2 * 5^4 = 5*5*5*5*5*5 = 5^6$

On additionne tout simplement les exposants et la base ne change pas autrement dit :

$5^2 * 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

Donc, on remarque que l'addition et la multiplication travail ensemble.

Deuxième propriété: $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Exemples:

- $5^8 \div 5^4 = 5^{8-4} = 5^5$
- $8^4 \div 8^{-2} = 8^{4-(-2)} = 8^{4+2} = 8^6$

Démonstration :

$$5^8 \div 5^4 = \frac{\cancel{5*5*5*5}*5*5*5*5}{\cancel{5*5*5*5}} = 5^4$$

Donc, on remarque que la soustraction et la division travail ensemble

Troisième propriété: $(a^m)^n = a^{mn}$ (on multiplie les deux exposants)

Exemples:

- $(5^8)^3 = 5^{8x3} = 5^{24}$
- $(3^4)^2 = 3^{4x2} = 3^8$

Démonstration :

N'oubliez pas la priorité des opérateurs. On traite la parenthèse en premier.

$(5^8)^3 = (5^8) \times (5^8) \times (5^8) = 5^{8+8+8}$ **Selon la première propriété**

On multiplie 3 fois

$= 5^{24}$

Quatrième propriété: $(\frac{a}{b})^m = \frac{a^m}{b^m}$

Exemples:

- $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

Démonstration :

$$(\frac{2}{3})^3 = (\frac{2}{3}) \mathbf{x} (\frac{2}{3}) \mathbf{x} (\frac{2}{3}) = \frac{2x2x2}{3x3x3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Cinquième propriété: $\mathbf{b^{-m}} = (\frac{1}{b})^m$

Définition : avec un exposant négatif, on inverse la base et on met un signe positif à l'exposant.

Tous les nombres peuvent s'écrire sous forme de fraction

$b = \frac{b}{1}$ $4 = \frac{4}{1}$ $2{,}5 = \frac{2{,}5}{1}$

Exemples:

- $\mathbf{5^{-3}} = (\frac{1}{5})^3 = \left(\frac{1^3}{5^3}\right) = (\frac{1}{5^3}) = (\frac{1}{125})$
- $(\frac{2}{3})^{-4} = (\frac{3}{2})^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

Démonstration :

On sait que $\mathbf{5^2 \div 5^5 = 5^{-3}}$

$$\mathbf{5^2 \div 5^5} = \frac{5^2}{5^5} = \frac{5x5}{5x5x5x5x5} = \frac{1}{5x5x5} = \frac{1}{5^3}$$ Donc $5^2 \div 5^5 = 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$