Une des grosses difficultés en algèbre c'est de réussir à bien isoler une variable.
La majorité des erreurs se situent à ce niveau.

C'est difficile d'instaurer une procédure pour isoler une variable, car il existe plusieurs façons d'écrire une expression algébrique. La meilleure méthode serait de l'expliquer avec des exemples précis.

Technique de la balance : il s'agit d'effectuer des opérations qui modifient l'équation, mais qui ne change pas le résultat final.

Par exemple.

x = 8 (donc, x vaut 8
Si j'ajoute +4 de chaque côté, le x sera toujours égal à 8.

$x + 4 = 8 + 4$
$x + 4 = 12$
Dans ce cas-ci, x est toujours égale à 8.
Preuve
$x + 4 = 12$
$(8) + 4 = 12$
$12 = 12$

Ainsi, on a modifié l'équation, mais pas le résultat final.

Analysons des situations courantes :

1. **Premier cas**

$$3x + 4 = 13$$

Le terme variable est 3x. Avant d'enlever son coefficient (le nombre 3), il faut enlever le terme constant +4. Avec la technique de la balance, nous allons enlever le +4 en y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

$3x + 4 -4 = 13 -4$
$3x = 9$

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x.
Le terme 3x veut dire 3 fois x. Autrement dit, 3 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par 3 de chaque côté de l'équation.

$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$ ➔ $x = 3$

Validons avec l'équation initiale :

3x + 4 = 13
3(3) + 4 = 13 (lorsque l'on remplace une variable par un nombre, on met des parenthèses)
9 + 4 = 13
13 = 13 C'est vrai

2. Deuxième cas

$$\frac{4x-6}{2}=11$$

Le terme variable est 4x, mais il n'est pas isolé. Il est à l'intérieur d'une fraction. Il faudra défaire cette fraction avant tout.

La fraction $\frac{4x-6}{2}$ signifie (4x - 6) divisé par 2. Quel est l'opérateur inverse de la division? Eh oui, la multiplication. Nous allons multiplier par 2 de chaque côté de l'équation (technique de la balance).

$2 \times \frac{4x-6}{2}=11 \times 2$

4x - 6 = 22 (à gauche de l'équation, les 2 se simplifient, car ce sont des opérateurs inverses)
Maintenant, cette équation ressemble au premier cas.

Le terme variable est 4x. Avant d'enlever son coefficient (le nombre 4), il faut enlever la constante -6. Avec la technique de la balance, nous allons enlever le -6 en y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

4x – 6 +6 = 22 +6
4x = 28

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x. Le terme 4x veut dire 4 fois x. Autrement dit, 4 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par 4 de chaque côté.

$\frac{4x}{4}=\frac{28}{4}$ ➔ x = 7

Validons avec l'équation initiale :

$\frac{4x-6}{2}=11$

$\frac{4(7)-6}{2}=11$ (Lorsque l'on remplace une variable par un nombre, on met des parenthèses)

$\frac{28-6}{2}=11$

$\frac{22}{2}=11$

11 = 11 C'est vrai

3. Troisième cas

$$4x + 6 = 7x - 24$$

Dans ce cas-ci, il y a deux termes variables. Comme ce sont deux termes semblables (même variable), nous pouvons isoler la variable.
La stratégie est la suivante. Il suffit de mettre les termes variables d'un côté de l'équation et les termes constants de l'autre côté. Le choix du côté n'a pas d'importance.

Optons pour disposer des termes variables du côté gauche. Ainsi, le terme constant +6 devra aller du côté droit. Ajoutons son opposé de chaque côté de l'équation.

$4x + 6 - 6 = 7x - 24 - 6$
$4x = 7x - 30$

Prenons le terme constant 7x et envoyons-le du côté gauche en y ajoutant son opposé.

$4x - 7x = 7x - 30 - 7x$
$-3x = -30$

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x.
Le terme -3x veut dire -3 fois x. Autrement dit, -3 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par -3 de chaque côté de l'équation.

$\frac{-3x}{-3} = \frac{-30}{-3} \Rightarrow x = 10$

Validons
$4x + 6 = 7x - 24$
$4(10) + 6 = 7(10) - 24$
$40 + 6 = 70 - 24$
$46 = 46$ C'est vrai

Avec l'expérience, nous allons privilégier d'avoir des termes variables positifs. Il aurait suffit d'envoyer les termes variables à la droite de l'équation. Voici comment faire :

$4x + 6 = 7x - 24$
$4x + 6 + 24 = 7x - 24 + 24$ (on envoie le terme constant à gauche)
$4x + 30 = 7x$
$4x - 4x + 30 = 7x - 4x$ (on envoie le terme variable à droite)
$30 = 3x$
$\frac{30}{3} = \frac{3x}{3} \Rightarrow 10 = x$

4. Quatrième cas

$$\frac{2x-5}{4}=3x-6$$

Dans ce quatrième cas, il y a deux termes variables. Celui de gauche (2x) fait partie d'une fraction. Il faudra défaire cette fraction avant tout.

L'expression de gauche peut se lire comme suit : (2x – 5) divisé par 4. L'opérateur inverse de la division est la multiplication. Ainsi, pour enlever le dénominateur 4, nous allons multiplier par 4 de chaque côté de l'équation.

4 x $\left(\frac{2x-5}{4}\right)=(3x-6)$ x 4

Les 4 dans l'expression de gauche vont tout simplement se simplifier (disparaître). Vous remarquerez que pour l'expression de droite, nous avons un binôme (deux termes). Pour m'assurer de bien multiplier le 4 sur les deux termes, j'ai rajouté des parenthèses.

Résultat :
2x – 5 = 12 x – 24.
Maintenant, cela ressemble au **troisième cas**.

Je vais mettre les termes variables à gauche et les termes constants à droite de l'équation. Pour le terme constant -5, je vais ajouter son opposé de chaque côté de l'équation (technique de la balance).

2x – 5 +5 = 12x – 24 +5
2x = 12x – 19

Je vais déplacer le terme variable 12x à la gauche de l'équation et y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

2x – 12x = 12x – 19 – 12x
-10x = -19

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x.
Le terme -10x veut dire -10 fois x. Autrement dit, -10 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par -10 de chaque côté de l'équation.

$\frac{-10x}{-10}=\frac{-19}{-10}$ ➔ x = 1,9

Validons avec l'équation initiale :

$$\frac{2x-5}{4} = 3x - 6$$

$$\frac{2(1{,}9)-5}{4} = 3(1{,}9) - 6$$ (Lorsque l'on remplace une variable par un nombre, on met des parenthèses)

$$\frac{3{,}8-5}{4} = 5{,}7 - 6$$

$$\frac{-1{,}2}{4} = -0{,}3$$

-0,3 = -0,3 C'est vrai

5. Cinquième cas

$$\frac{4x-7}{3} = \frac{6x+8}{4}$$

Dans ce cinquième cas, il y a deux termes variables. Celui de gauche (4x) fait partie d'une fraction. Celui de droite (6x) fait lui aussi partie d'une fraction. Il faudra défaire ces deux fractions avant tout.

Commençons par celui de gauche. La fraction se lit comme suit : 4x – 7 divisé par 3. Ainsi, pour enlever le dénominateur 3, nous allons multiplier par 3 de chaque côté de l'équation.

3x $\left(\frac{4x-7}{3}\right) = \left(\frac{6x+8}{4}\right)$ x3

Les 3 dans l'expression de gauche vont tout simplement se simplifier (disparaître). Vous remarquerez que pour l'expression de droite, nous avons un binôme (deux termes) au numérateur. Pour m'assurer de bien multiplier le 3 sur les deux termes, j'ai rajouté des parenthèses. Pour l'expression de droite, il faut bien comprendre que le 3 va multiplier le numérateur, car 3 peut s'écrire $\frac{3}{1}$. Alors, le 3 multiplie le numérateur et le 1 multiplie le dénominateur.

Résultat :

$$4x - 7 = \frac{18x+24}{4}$$

Nous allons faire la même chose avec le terme de droite. La fraction se lit comme suit : 18x +24 divisé par 4. Ainsi, pour enlever le dénominateur 4, nous allons multiplier par 4 de chaque côté de l'équation.

4 x $(4x-7) = (\frac{18x+24}{4})$ x4

16x – 28 = 18x + 24

Les 4 dans l'expression de droite vont tout simplement se simplifier (disparaître). Vous remarquerez que pour l'expression de gauche, nous avons un binôme (deux termes). Pour m'assurer de bien multiplier le 4 sur les deux termes, j'ai rajouté des parenthèses.

Maintenant, nous avons une expression qui ressemble au **troisième cas**.

16x – 28 = 18x + 24

Je vais mettre les termes variables à gauche et les termes constants à droite de l'équation. Pour le terme constant -28, je vais ajouter son opposé de chaque côté de l'équation (technique de la balance).

16x – 28 +28 = 18x + 24 +28

16x = 18x + 52

Je vais déplacer le terme variable 18x à la gauche de l'équation et y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

16x – 18x = 18x + 52 – 18x

-2x = 52

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x.
Le terme -2x veut dire -2 fois x. Autrement dit, -2 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par -2 de chaque côté de l'équation.

$\frac{-2x}{-2} = \frac{52}{-2}$ ➔ x = -26

Validons avec l'équation initiale :

$$\frac{4x-7}{3} = \frac{6x+8}{4}$$

$$\frac{4(-26)-7}{3} = \frac{6(-26)+8}{4}$$ (Lorsque l'on remplace une variable par un nombre, on met des parenthèses)

$$\frac{-104-7}{3} = \frac{-156+8}{4}$$

$$\frac{-111}{3} = \frac{-148}{4}$$

-37 = -37 C'est vrai

6. Sixième cas

$$\frac{12x-9}{3}+4=3x+12$$

Dans ce sixième cas, il y a deux termes variables. Par contre, le terme variable à gauche de l'équation est dans une fraction. De plus, avant de traiter cette fraction, il faudra se débarrasser du terme constant +4. Avec la technique de la balance, nous allons enlever le +4 en y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

$\frac{12x-9}{3}+4$ - 4 = 3x + 12 – 4

$\frac{12x-9}{3}=3x+8$

Cela ressemble maintenant au **quatrième cas**. L'expression de gauche peut se lire comme suit : (12x – 9) divisé par 3. L'opérateur inverse de la division est la multiplication. Ainsi, pour enlever le dénominateur 3, nous allons multiplier par 3 de chaque côté de l'équation.

3 x $\left(\frac{12x-9}{3}\right)=(3x+8)$ x 3

Les 3 dans l'expression de gauche vont tout simplement se simplifier (disparaître). Vous remarquerez que pour l'expression de droite, nous avons un binôme (deux termes). Pour m'assurer de bien multiplier le 3 sur les deux termes, j'ai rajouté des parenthèses.

Résultat :
12x – 9 = 9 x + 24.
Maintenant, cela ressemble au **troisième cas**.

Je vais mettre les termes variables à gauche et les termes constants à droite de l'équation. Pour le terme constant -9, je vais ajouter son opposé de chaque côté de l'équation (technique de la balance).

12x – 9 +9 = 9 x + 24 +9
12x = 9x + 33

Je vais déplacer le terme variable 9x à la gauche de l'équation et y ajoutant son opposé de chaque côté de l'équation.

12x -9x = 9x + 33 -9x
3x = 33

Maintenant, le terme variable est seul du côté gauche de l'équation. On peut isoler la variable x.
Le terme 3x veut dire 3 fois x. Autrement dit, 3 multiplié par x. L'opérateur inverse de la multiplication est la division. Nous allons diviser par 3 de chaque côté de l'équation.

$\frac{3x}{3} = \frac{33}{3}$ ➔ x = 11

Validons avec l'équation initiale :

$$\frac{12x-9}{3}+4=3x+12$$

$$\frac{12(11)-9}{3}+4=3(11)+12$$ (Lorsque l'on remplace une variable par un nombre, on met des parenthèses)

$$\frac{132-9}{3}+4=33+12$$

$$\frac{123}{3}+4=45$$

41 + 4 = 45

45 = 45 C'est vrai